



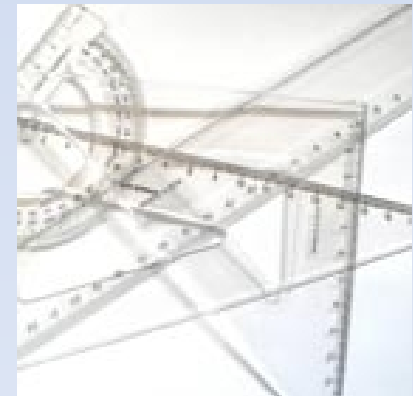
# Videoles 2: Afstanden

vwo D2 – 5

# Opbouw van de les

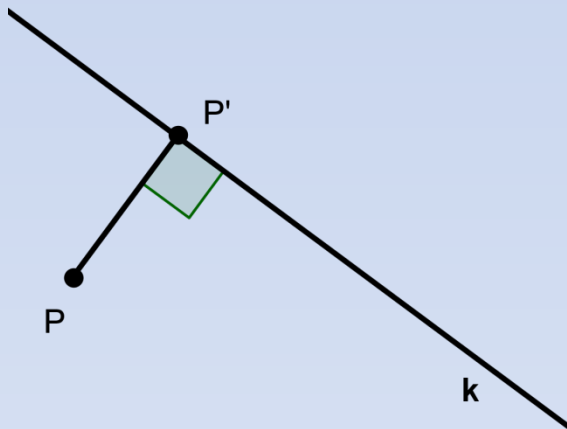
---

- Afstanden – wat bedoelen we daarmee?
- Afstand tussen een punt en een lijn
- Afstand tussen een punt en een vlak
- Afstanden bij evenwijdigheid
- Afstand tussen kruisende lijnen

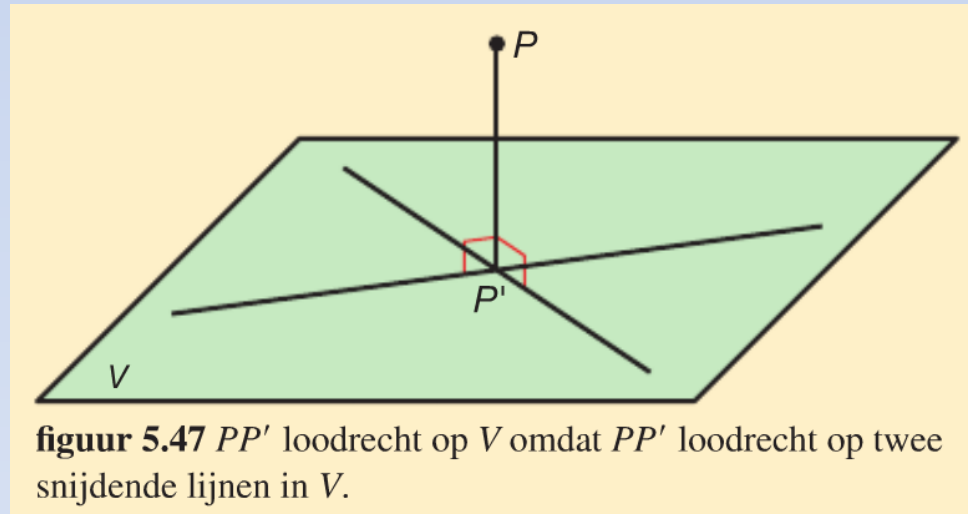


# Afstanden

*Afspraak:* met 'afstand' wordt altijd de *kortste* afstand bedoeld.



$$d(P, k) = d(P, P')$$

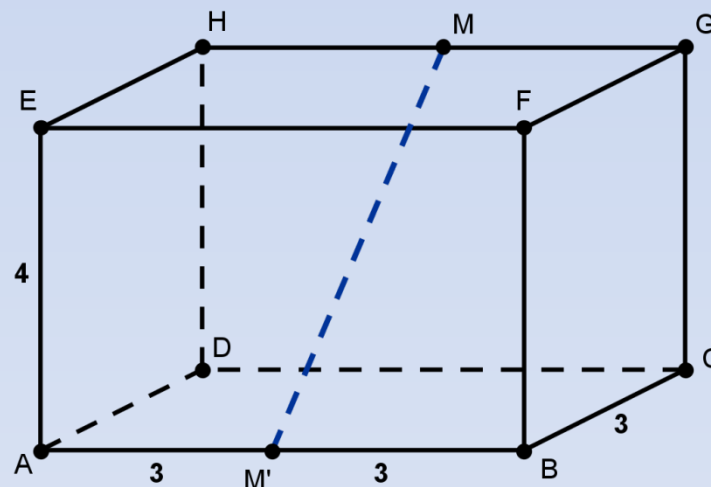
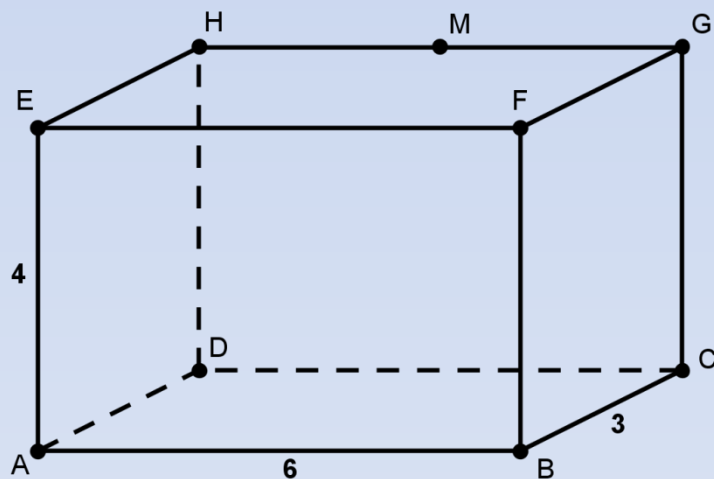


$$d(P, V) = d(P, P')$$

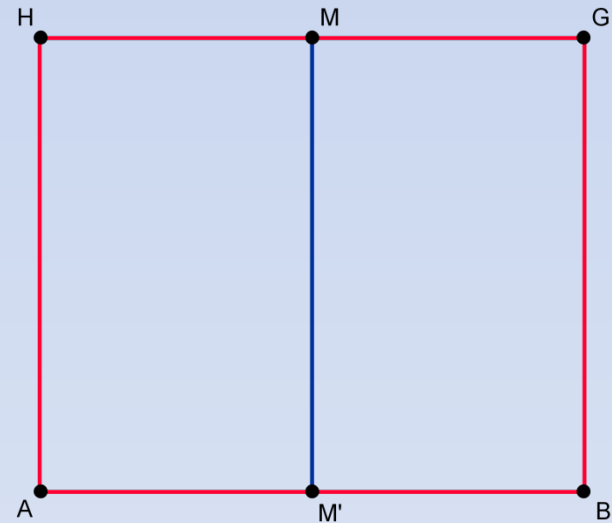
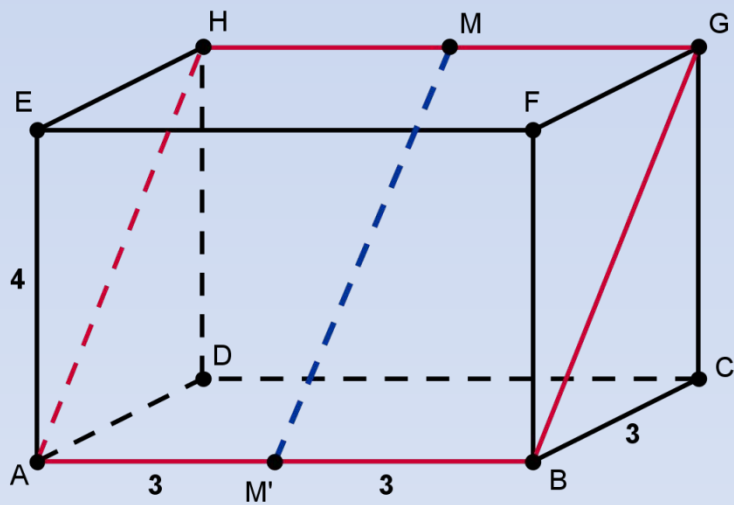
$P'$  is de loodrechte projectie van  $P$  op lijn  $k$  (links) resp. vlak  $V$  (rechts)

# Afstand tussen een punt en een lijn

Opgave 23a: bereken de afstand tussen  $M$  en  $AB$



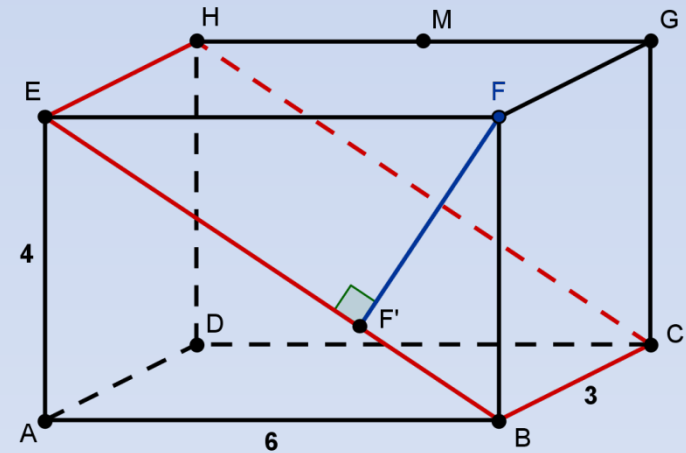
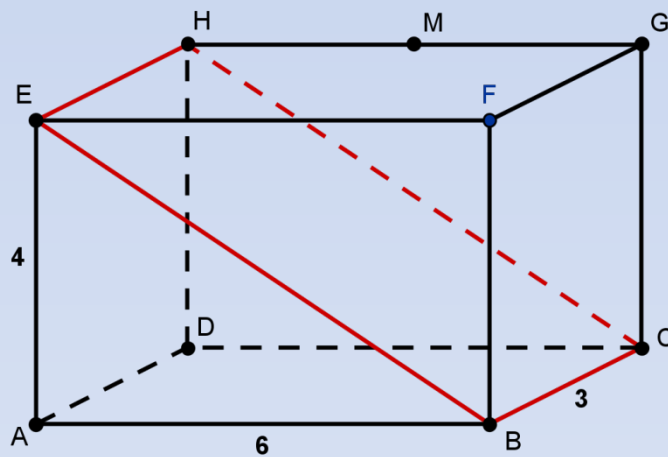
Opgave 23a: bereken de afstand tussen  $M$  en  $AB$



$$\begin{aligned}d(M, AB) &= d(M, M') \\ &= BG \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\end{aligned}$$

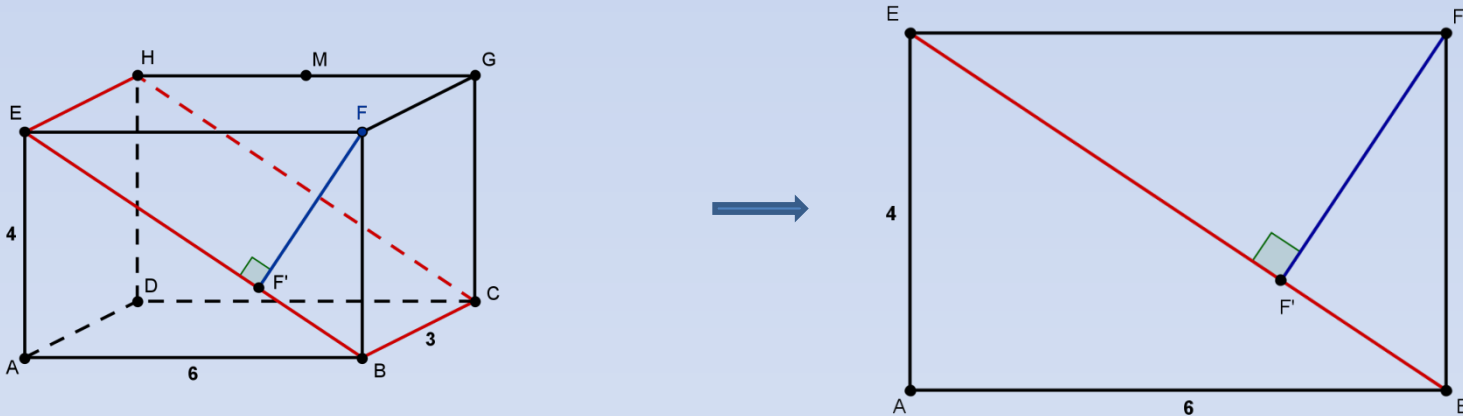
# Afstand tussen een punt en een vlak

Opgave 23c: bereken de afstand tussen  $F$  en  $BCH$





Opgave 23c: bereken de afstand tussen  $F$  en  $BCH$

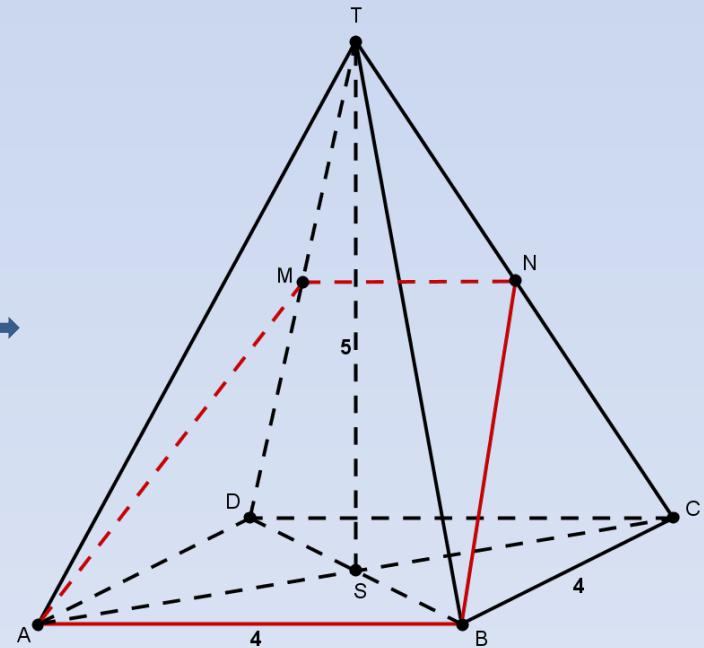
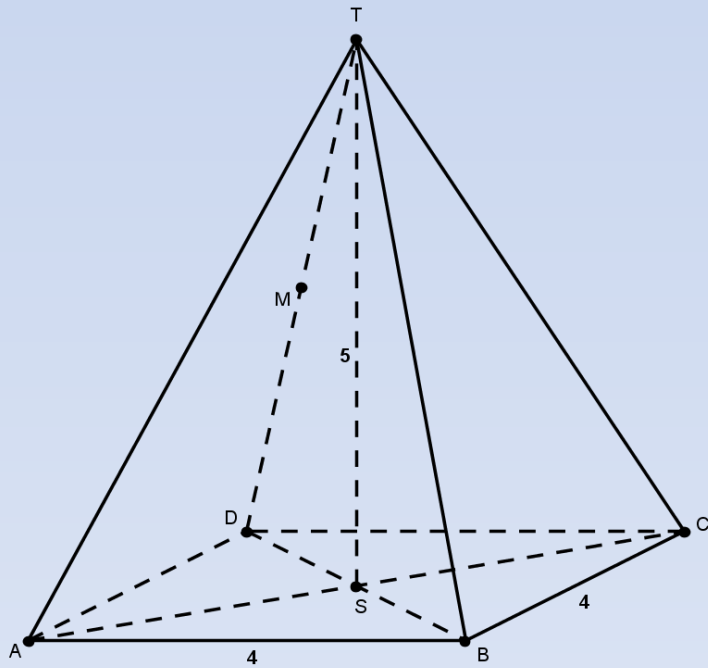


$$BE = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Opp}(\triangle BEF) = \frac{1}{2} \cdot EF \cdot BF \\ \text{Opp}(\triangle BEF) = \frac{1}{2} \cdot BE \cdot FF' \end{array} \right\} EF \cdot BF = BE \cdot FF'$$

$$FF' = \frac{EF \cdot BF}{BE} = \frac{6 \cdot 4}{\sqrt{52}} \approx 3,33$$

Opgave 28: bereken de afstand tussen  $M$  en  $AB$  (werkblad)



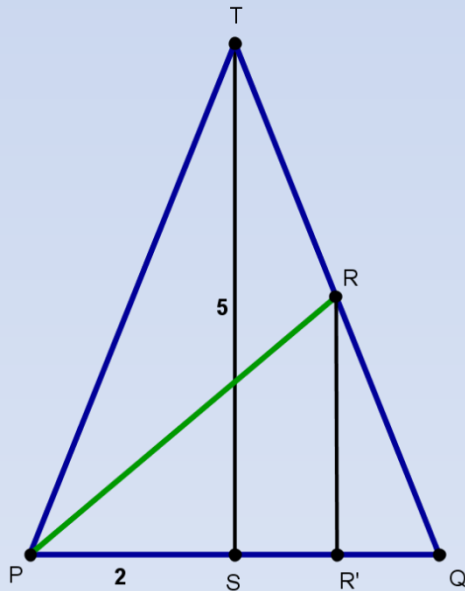






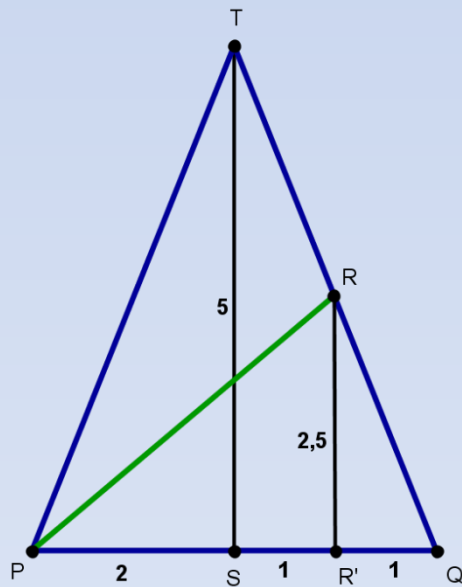
---

Opgave 28: bereken de afstand tussen  $M$  en  $AB$  (*werkblad*)



$R$  is het midden van  $QT$ , dus  $\begin{cases} RR' = \frac{1}{2} ST = 2,5 \\ SR' = QR' = 1 \end{cases}$

Opgave 28: bereken de afstand tussen  $M$  en  $AB$  (werkblad)

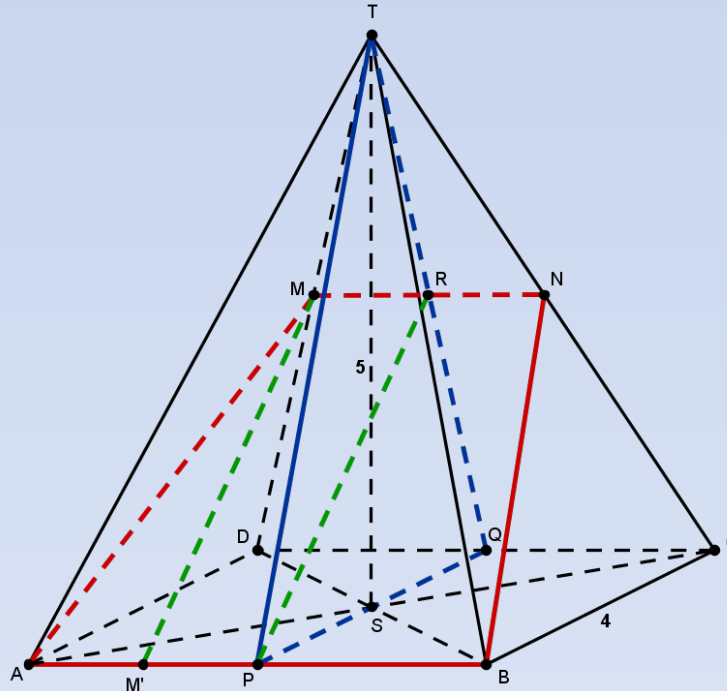


$R$  is het midden van  $QT$ , dus  $\begin{cases} RR' = \frac{1}{2} ST = 2,5 \\ SR' = QR' = 1 \end{cases}$

Dus  $PR' = 3$  en  $d(M, AB) = PR = \sqrt{3^2 + 2,5^2} \approx 3,91$

# Afstand tussen evenwijdige lijnen

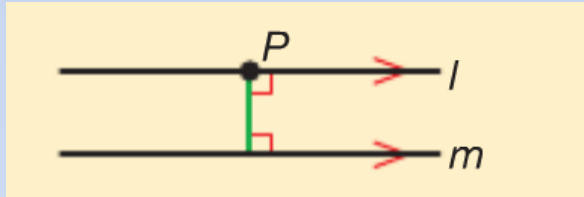
Opgave 28d: bereken de afstand tussen  $MN$  en  $AB$  (werkblad)



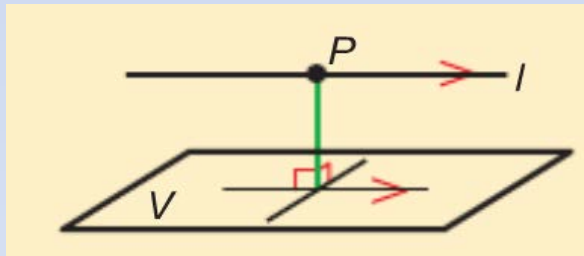
$$d(MN, AB) = d(M, AB) = d(R, AB) = d(N, AB) = PR \approx 3,91$$

# Afstand bij evenwijdigheid

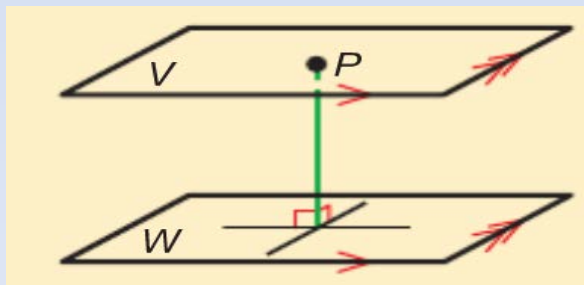
---



$$d(l, m) = d(P, m)$$



$$d(l, V) = d(P, V)$$



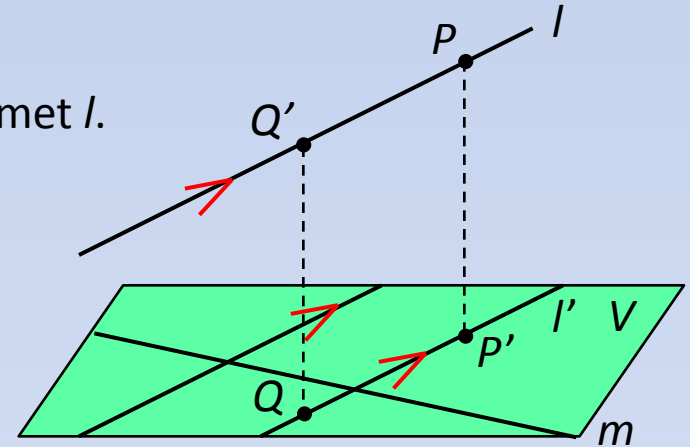
$$d(V, W) = d(P, W)$$

## Theorie C De afstand tussen twee kruisende lijnen

Om de afstand tussen de kruisende lijnen  $l$  en  $m$  te vinden, ga je als volgt te werk.

- 1 Breng het vlak  $V$  aan door  $m$  dat evenwijdig is met  $l$ .
- 2 Neem een punt  $P$  op  $l$  en bereken  $d(P, V)$ .

Nu is  $d(l, m) = d(P, V)$ .



De afstand tussen de kruisende lijnen  $l$  en  $m$  is gelijk aan de afstand van  $l$  tot het vlak evenwijdig met  $l$ , door  $m$ .

In de figuur is  $l'$  de projectie van  $l$  op het vlak  $V$  door  $m$  dat evenwijdig is met  $l$ . Nu is  $d(l, V) = d(l, l')$  en die is te berekenen door een punt  $P$  op  $l$  te nemen en  $d(P, l')$  te berekenen, maar ook door een punt  $Q$  op  $l'$  te nemen en  $d(Q, l)$  te berekenen.

## Theorie C De afstand tussen twee kruisende lijnen

### Voorbeeld

Gegeven is de kubus  $ABCD EFGH$  met ribben 5.

Het punt  $P$  ligt op ribbe  $AE$ .

Bereken  $d(CP, HF)$ .

$$d(CP, HF) = d(CP, MN) = NR$$

$$CP = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{59}.$$

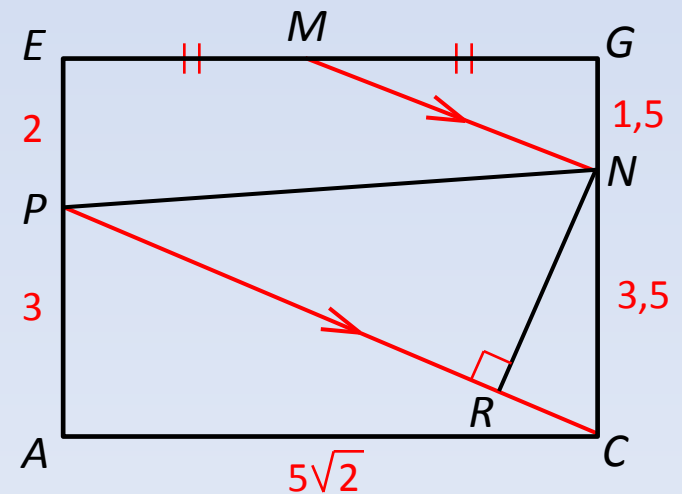
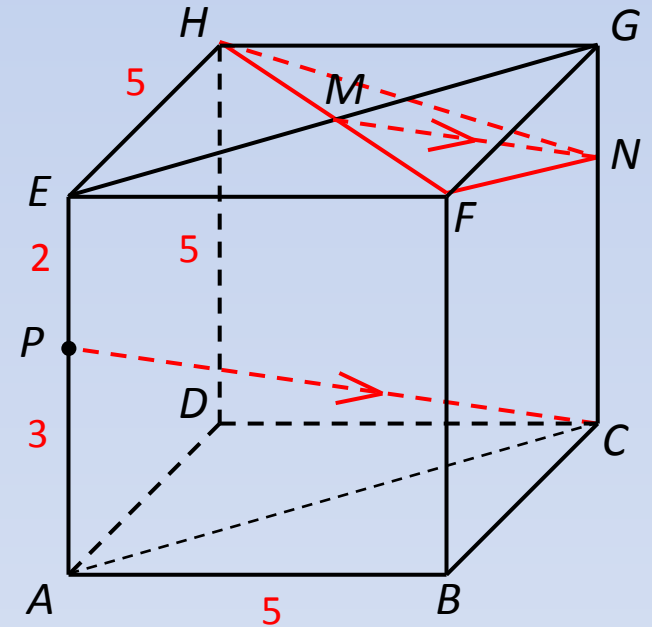
zijde  $\times$  hoogte-methode in  $\triangle PCN$  geeft

$$CP \times NR = CN \times AC$$

$$\sqrt{59} \times NR = 3,5 \times 5\sqrt{2}$$

$$NR = \frac{3,5 \times 5\sqrt{2}}{\sqrt{59}} \approx 3,2$$

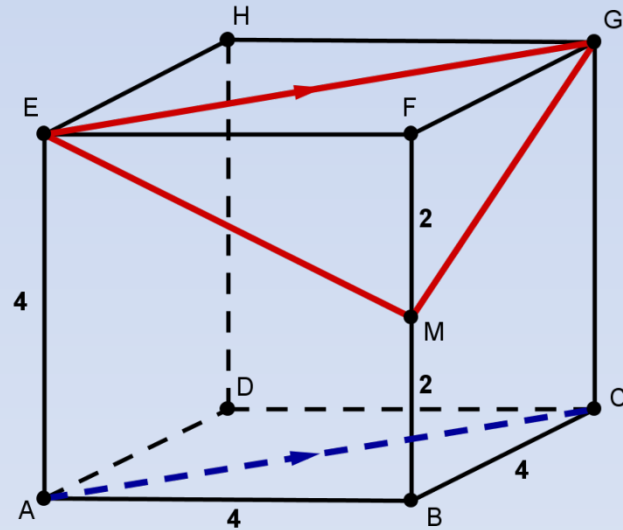
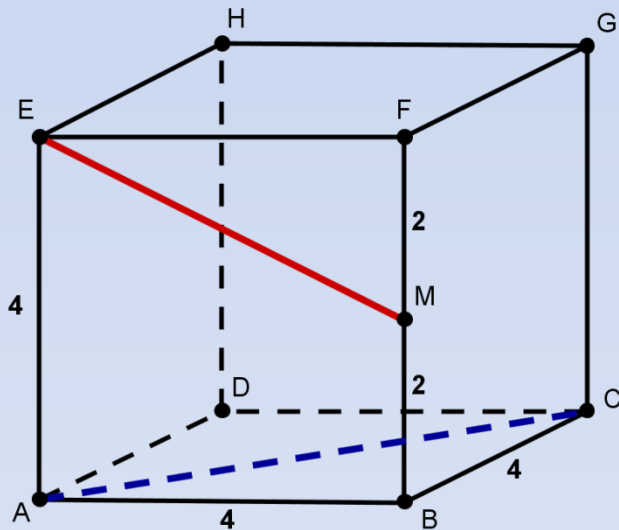
Dus  $d(CP, HF) = NR = 3,2$ .





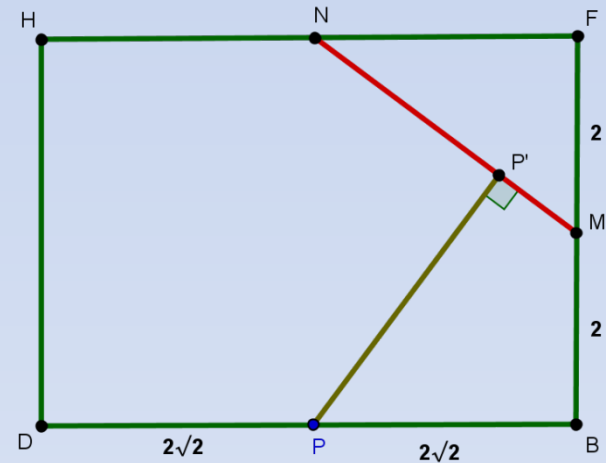
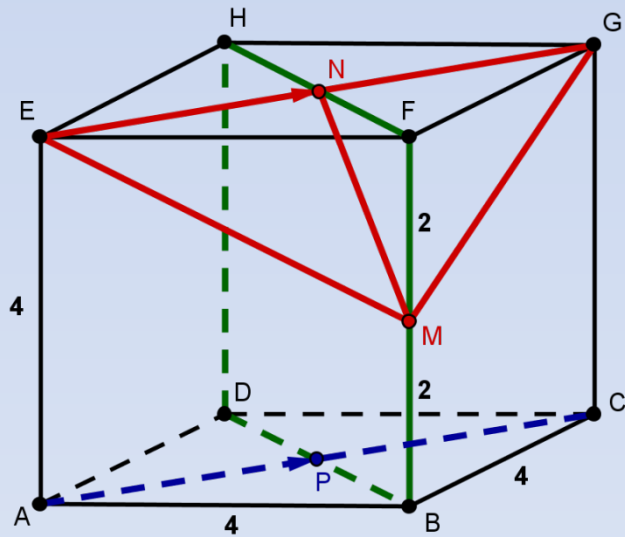
# Afstand tussen kruisende lijnen

Opgave 32c: bereken de afstand tussen  $AC$  en  $EM$



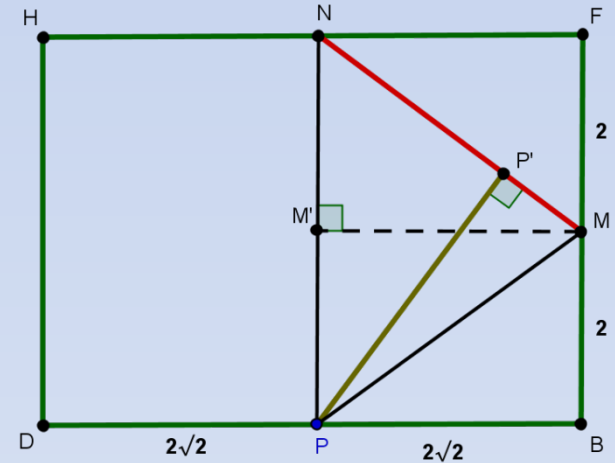
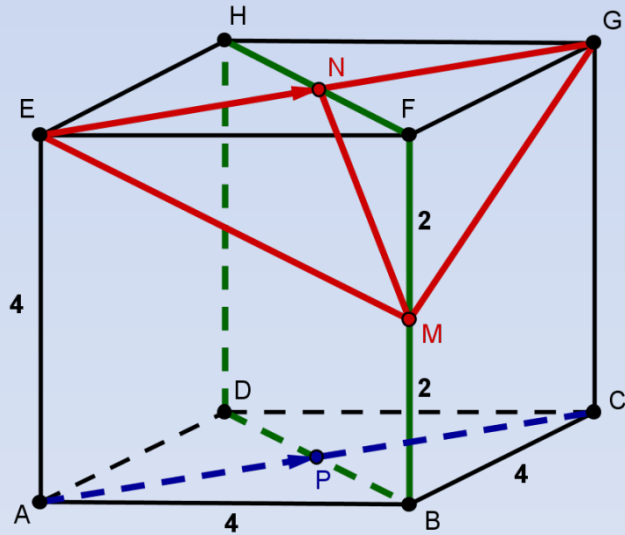


Opgave 32c: bereken de afstand tussen  $AC$  en  $EM$



$$\begin{aligned}d(AC, EM) &= d(AC, EMG) \\ &= d(P, EMG) \\ &= PP'\end{aligned}$$

Opgave 32c: bereken de afstand tussen  $AC$  en  $EM$



$$\begin{aligned}
 PP' &= \frac{PN \cdot MM'}{MN} \\
 &= \frac{4 \cdot 2\sqrt{2}}{\sqrt{2^2 + (2\sqrt{2})^2}} \\
 &= \frac{8\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3}\sqrt{6} \approx 3,27
 \end{aligned}$$

# Huiswerk

---

Afstand punt/lijn, punt/vlak: opgaven 20, 21, 22, 24, 26

Afstand lijn/lijn, lijn/vlak, vlak/vlak: opgaven 28ef, 29

Afstand kruisende lijnen: opgaven 32ab, 33