

Bouwstenen van signalen

Docent : *Anton Stoorvogel*

E-mail: A.A.Stoorvogel@utwente.nl

Zonder wiskunde geen snelle communicatie

We sturen steeds meer informatie over een kabel:

1990 30Kb/s

2015 500.000Kb/s

Een film in DVD kwaliteit oversturen

1990 15 dagen

2015 2 minuten

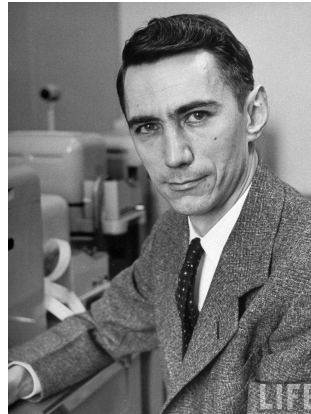
Shannon

Shannon introduceerde in 1945 het concept van **capaciteit**.

De maximale snelheid is gerelateerd aan signaalsterkte versus ruis.

Nodig:

- Codes
- Digitaal



Zonder wiskunde geen snelle communicatie

Frequentie en ruis

Signaalsterkte versus ruis verhouding wordt beïnvloed door de frequentie. Wat is beter:

- Hoge frequentie?
- Lage frequentie?

Simultaan gebruik

- Telefonie en internet over één kabel
- Uitzenden en ontvangen over één kabel
- Tientallen telefoons in één kamer
- Meerdere radiozenders

Dit vereist codering en een goed protocol.

Zonder wiskunde geen snelle communicatie

Een cruciale stap in de achterliggende wiskunde is een signaal te beschrijven als som van bekende bouwstenen:

$$f(x) \approx a_1 g_1(x) + a_2 g_2(x) + \dots + a_k g_k(x)$$

met g_1, g_2, \dots bekende functies .

De functie wordt beschreven door de getallen a_1, \dots, a_k .

Een trilling:

$$A \sin(\omega x + \varphi)$$

A Amplitude

ω Frequentie

φ Fase

Fourierreeks

Kies de bouwstenen:

$$g_1(x) = \cos(x), \quad g_2(x) = \sin(x),$$

$$g_3(x) = \cos(2x), \quad g_4(x) = \sin(2x),$$

$$g_5(x) = \cos(3x), \quad g_6(x) = \sin(3x), \dots$$

Twee signalen simultaan versturen.

Getallen a_1, \dots, a_{1000} beschrijven functie $f_1(x)$

Getallen $a_{1001}, \dots, a_{2000}$ beschrijven functie $f_2(x)$

We versturen:

$$a_1 g_1(x) + a_2 g_2(x) + \dots + a_{1000} g_{1000}(x) \\ + a_{1001} g_{1001}(x) + a_{1002} g_{1002}(x) + \dots + a_{2000} g_{2000}(x)$$

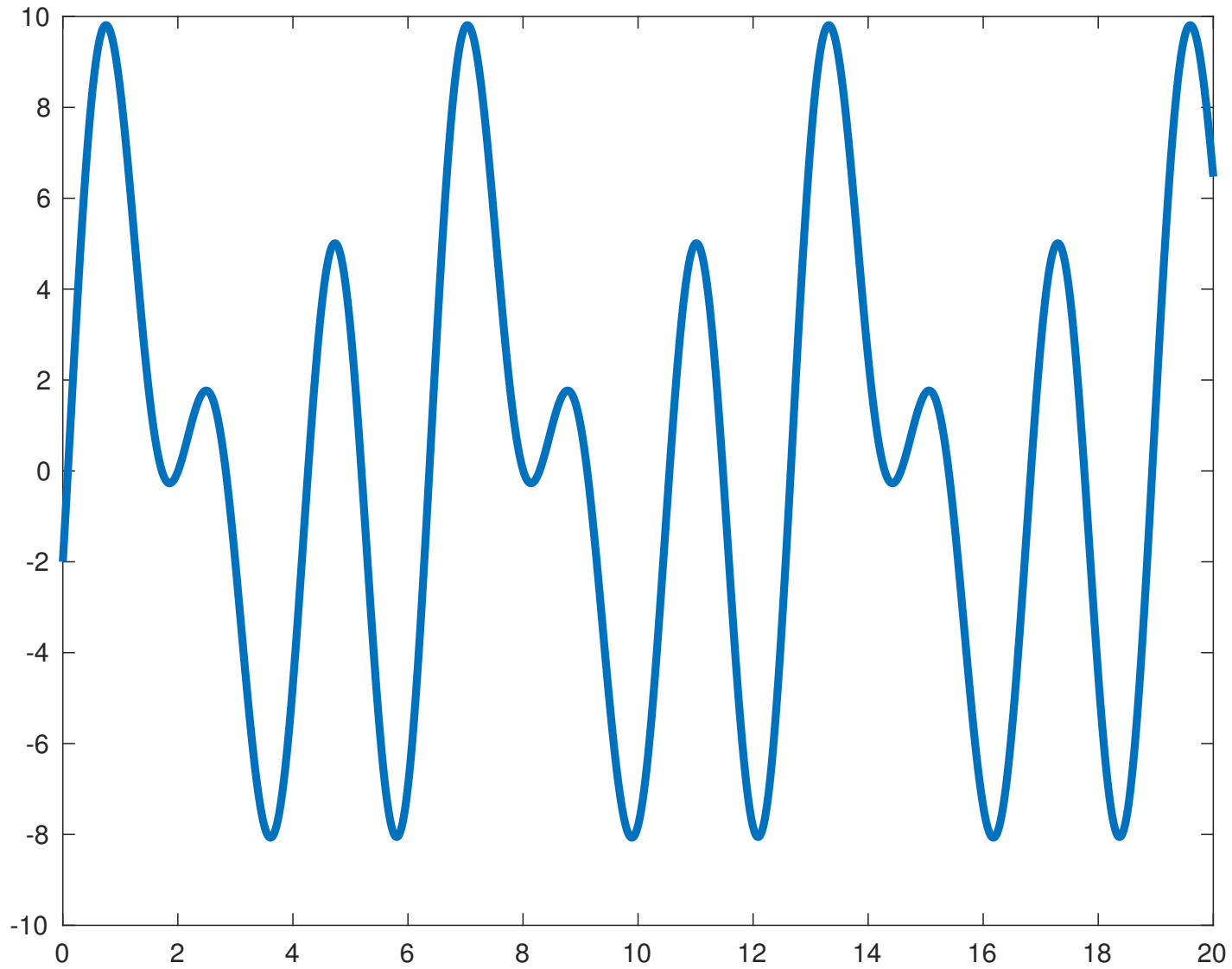
met g_k allemaal sinussen en cosinussen van verschillende frequenties.

Stel ik ontvang een signaal:

$$3 \sin(t) + 2 \cos(t) + 2 \sin(2t) - 3 \cos(2t) + 5 \sin(3t) - \cos(3t)$$

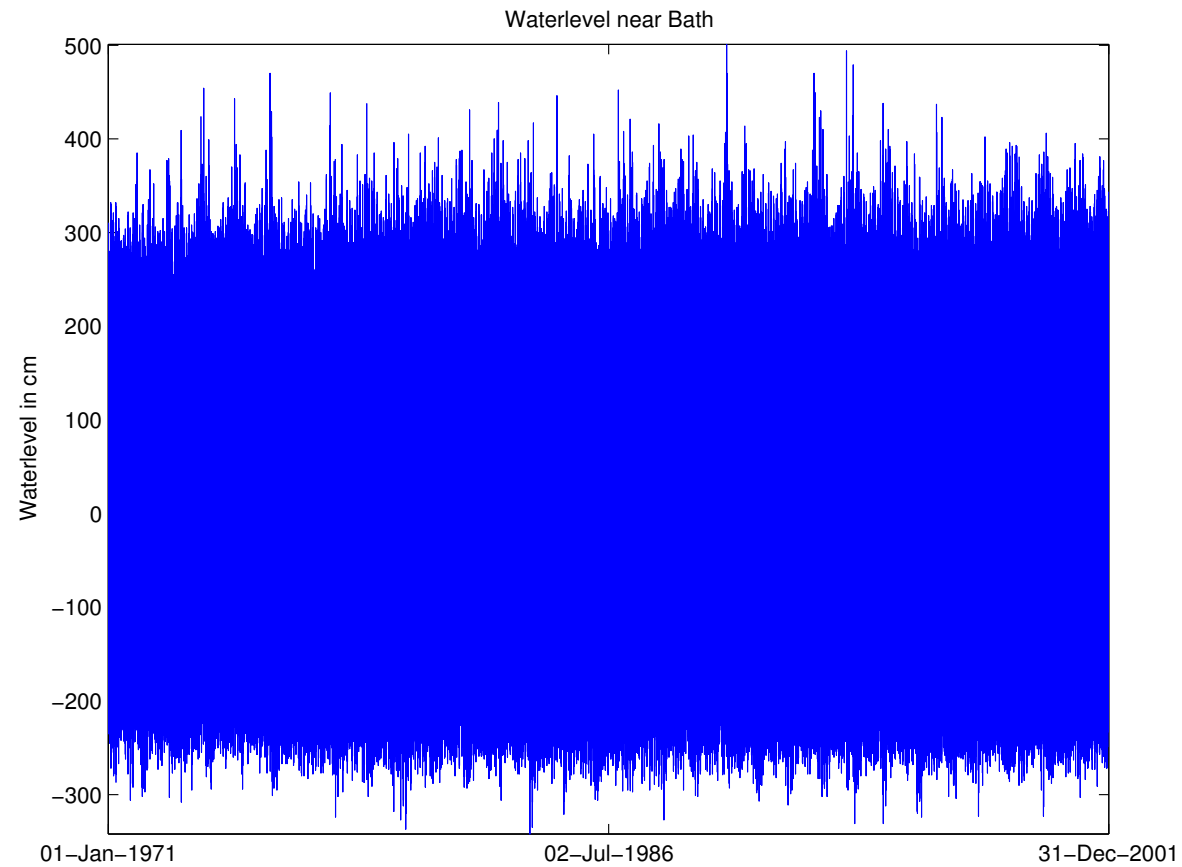
Hoe bepaal ik nu de getalletjes:

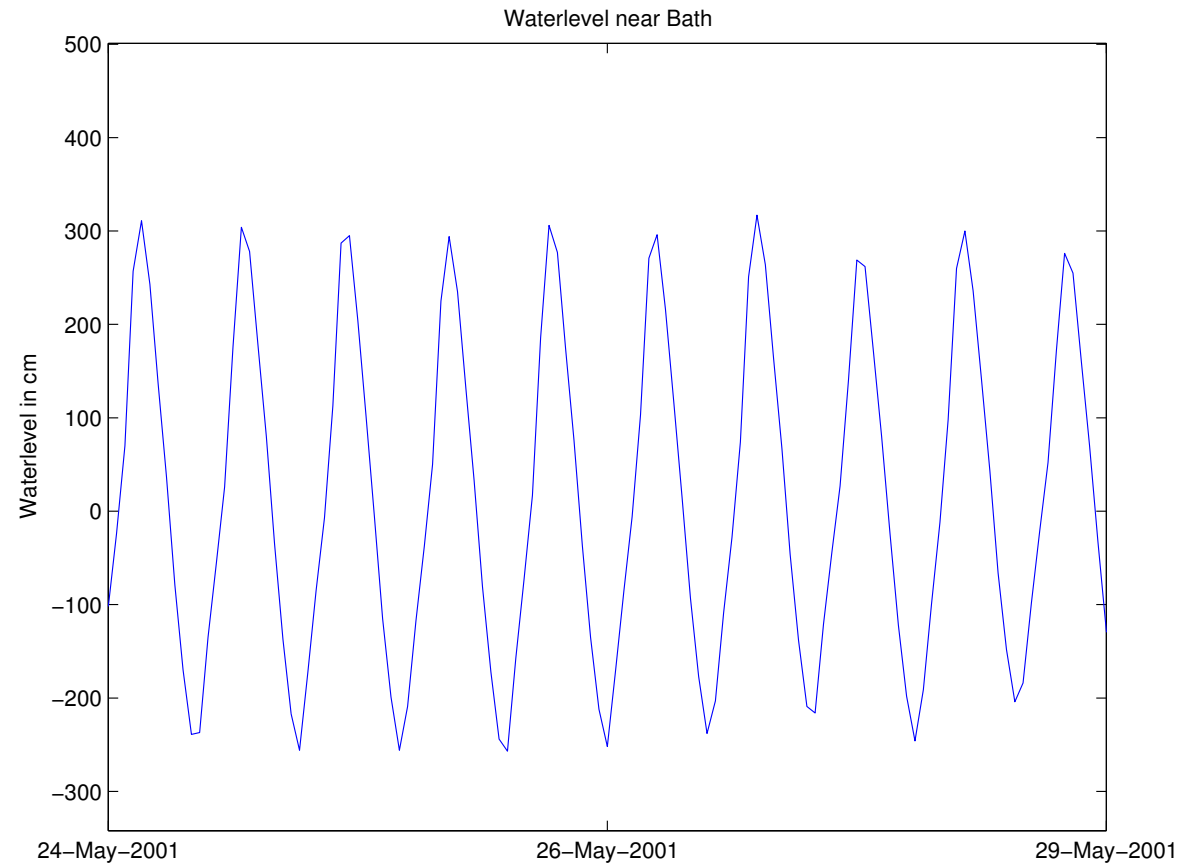
$$3, 2, 2, -3, 5, -1$$

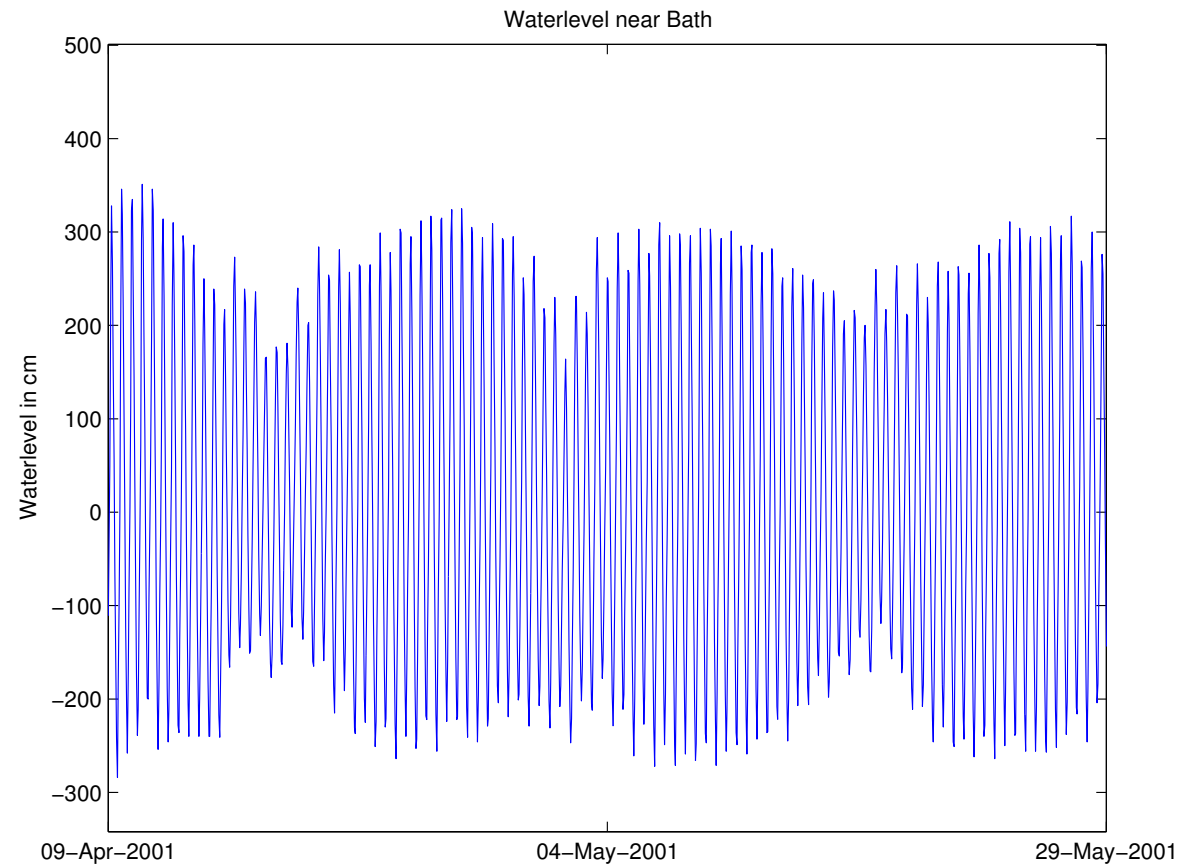


Een tijdreeks bevat de **water hoogte in de Westerschelde** over de laatste 30 jaar. De waterhoogte wordt elk uur gemeten en we hebben dus 8760 metingen per jaar en we hebben 271.752 data punten.

De eerste stap is om de data te tekenen:

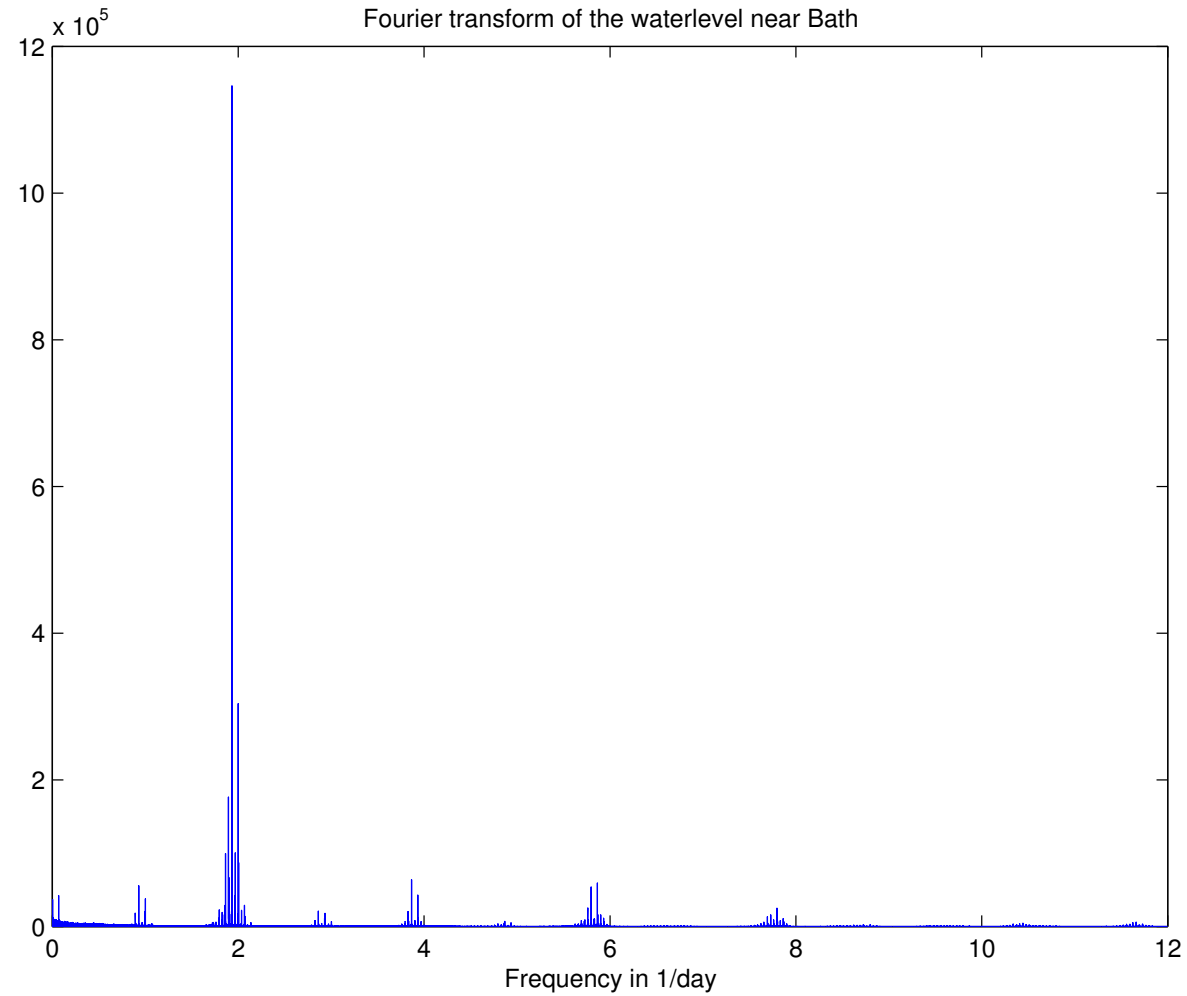


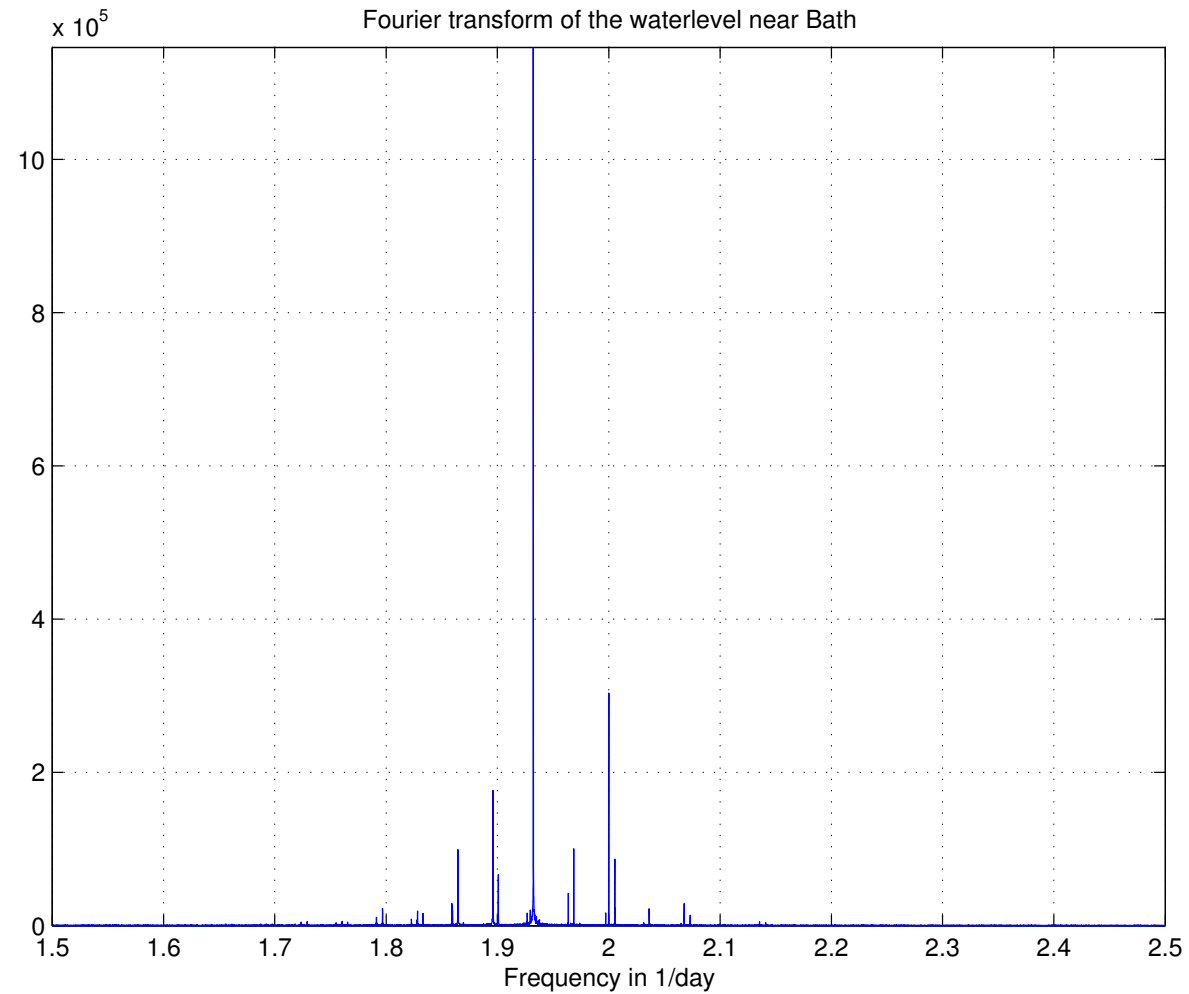




Fourier transformatie

We transformeren onze tijdreeks via de **fft** en als we het resultaat tekenen dan krijgen we:





Deze berekening kost op mijn computer:

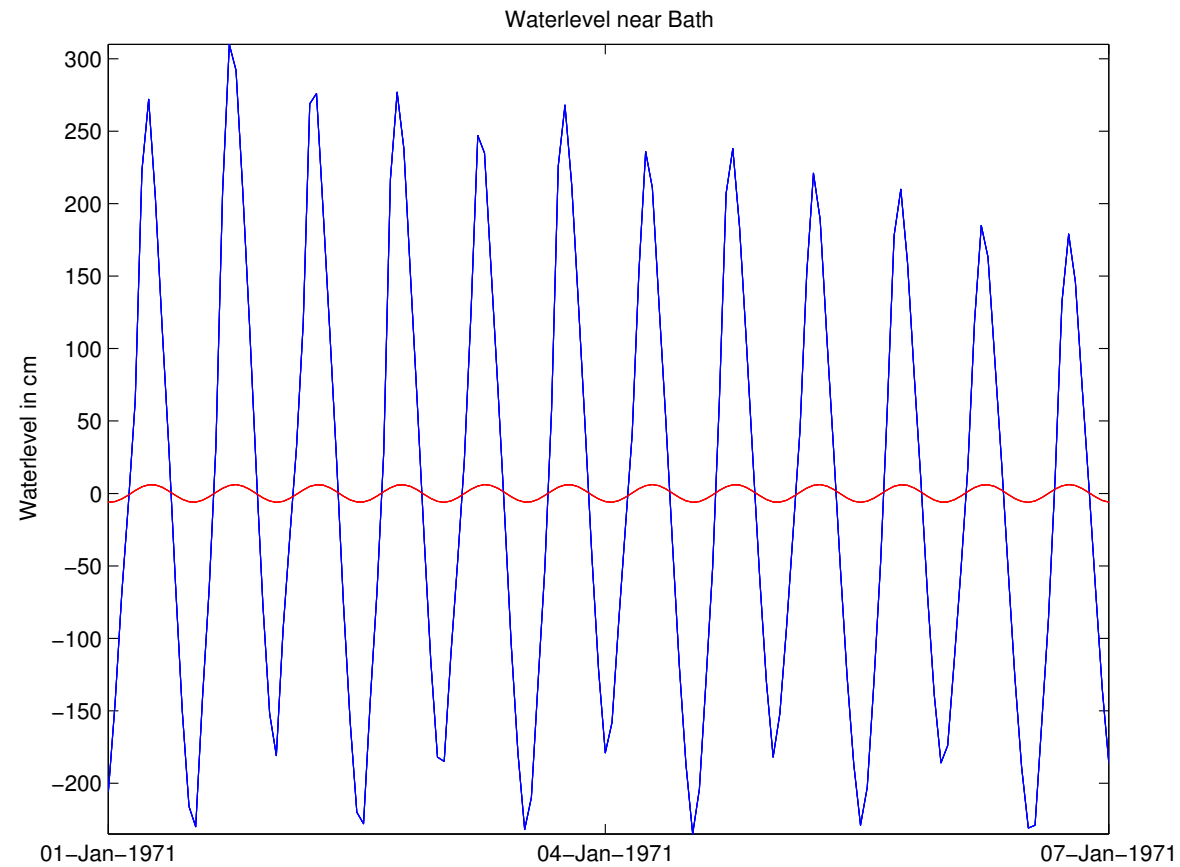
0.006644 seconde

We zoeken a en b zodanig dat:

$$f(t) = a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t)$$

zo klein mogelijk is met:

$$\omega = 2\pi * 1.932$$

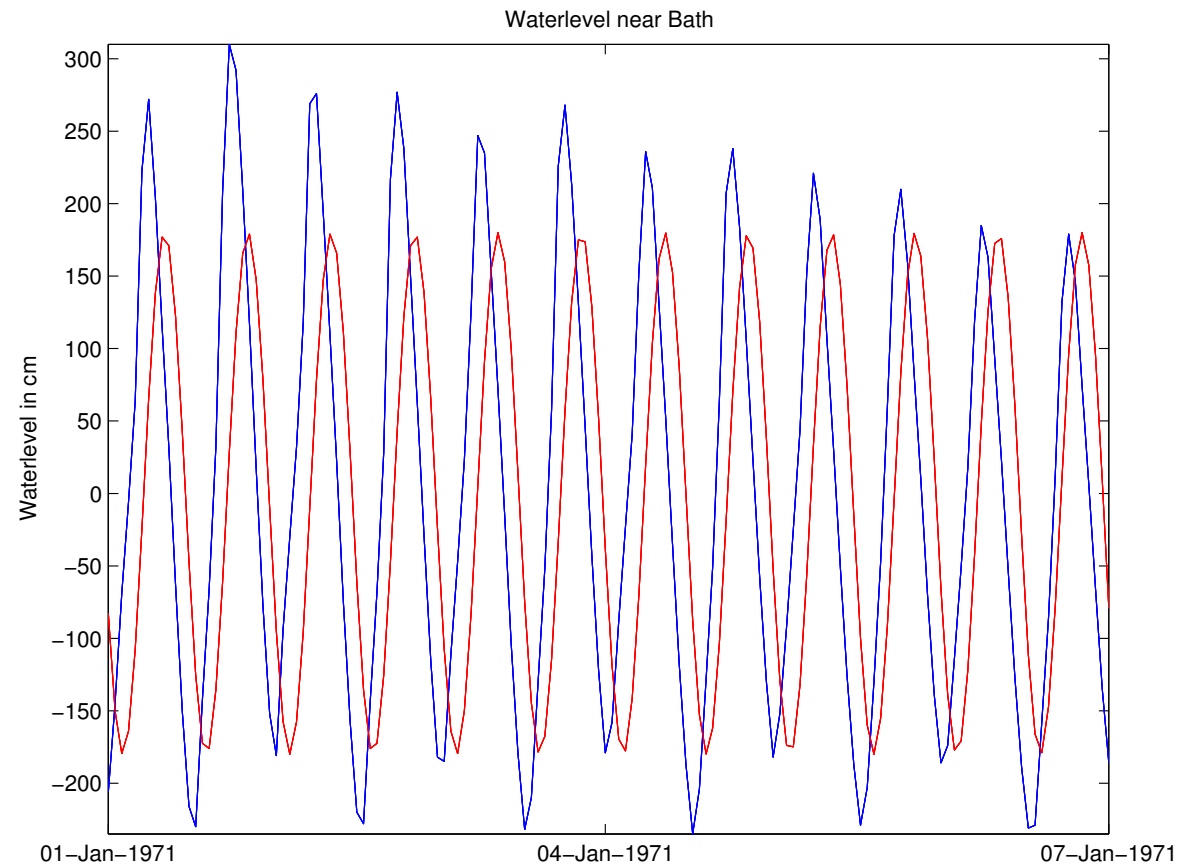


We zoeken a en b zodanig dat:

$$f(t) = a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t)$$

zo klein mogelijk is met:

$$\omega = 2\pi * 1.9323$$

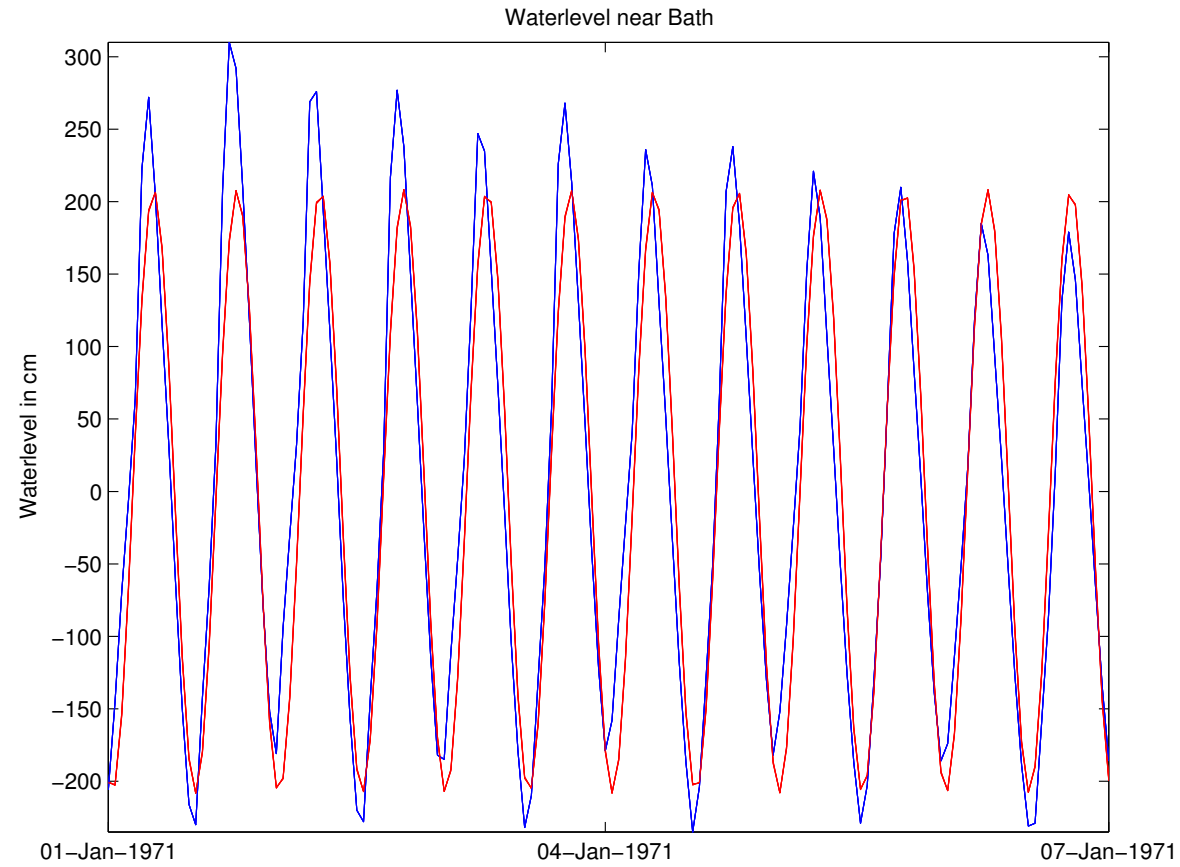


We zoeken a en b zodanig dat:

$$f(t) = a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t)$$

zo klein mogelijk is met:

$$\omega = 2\pi * 1.932277$$



Maar sinussen zijn zeker niet de enige bouwstenen die we gebruiken.
Andere veel verschillende bouwstenen zijn:

(i) Wavelets

(ii) Polynomen

maar ook probleemgerelateerde bouwstenen.

