

Auteur: C.T.A. de Vos

Datum: mei 2000

# Multi-echelon voorraadbesturingsmodellen voor transmissienetwerken

Uitsluitend voor gebruik binnen KPN  
en Universiteit Twente

SV-00-32068

**© Koninklijke KPN N.V., KPN Research 2000.**

Alle rechten voorbehouden.

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de rechthebbende. Het vorenstaande is eveneens van toepassing op gehele of gedeeltelijke bewerking.

De rechthebbende is met uitsluiting van ieder ander gerechtigd de door derden verschuldigde vergoedingen voor kopiëren als bedoeld in artikel 17, tweede lid, Auteurswet 1912 en het K.B. van 20 juni 1974 (Stb.351) zoals gewijzigd bij het K.B. van 23 augustus 1985 (Stb.471) ex artikel 16b Auteurswet 1912, te innen en/of daartoe in en buiten rechte op te treden.

Voor het overnemen van delen van deze uitgave ex artikel 16 Auteurswet 1912 dient men zich tot de rechthebbende te wenden.

**© Royal KPN N.V., KPN Research 2000.**

All rights reserved.

No part of this book may be reproduced in any form, by print, photoprint, microfilm or any other means without the prior written permission from the publisher.

# KPN Research

Informatieblad bij Rapport SV-00-32068

---

*Titel:* Multi-echelon voorraadbesturingsmodellen voor transmissienetwerken

---

*Excerpt:* We study the application of multi-echelon models for inventory management on the universal transport network of KPN. Main conclusions are that application is feasible and that considerable cost savings may result.

---

*Auteur:* C.T.A. de Vos  
*Datum:* Mei 2000  
**Gegevens KPN Research**  
*Afdeling:* Networks / Network Planning  
*Project:* VINN  
*Projectleider:* dr.ir. R. Buitenhek  
*Projectnummer:* 13910  
*Programma:* ICT P&S Production  
*Programma-manager:* ir. E.M. Peeters  
*Opdrachtgever:* dr.ir. A.M.H. Meeuwissen  
**Gegevens Universiteit Twente**  
*Afstudeerdocent:* prof.dr. W.H.M. Zijm  
*Begeleider:* dr.ir. W.M. Nawijn

---

Uitsluitend voor gebruik binnen KPN en Universiteit Twente

---

*Uitgegeven onder verantwoordelijkheid van:* drs. S.J. Vlaar

---

*Trefwoorden:* UTN, voorraadbesturing, multi-echelon

---

*Verzendlijst:*  
*KPN Telecom* OVN ND: drs. J.H.M. Gijsen (5x)  
*KPN Research* NET NP: dr.ir. R. Buitenhek  
*Universiteit Twente* Bureau Onderwijszaken Toegepaste Wiskunde  
*Auteur* 5x



# Inhoud

<b>Management Samenvatting .....</b>	<b>9</b>
<b>Lijst van afkortingen .....</b>	<b>11</b>
<b>1 Inleiding .....</b>	<b>13</b>
1.1 Doel van het onderzoek .....	13
1.2 Diensten.....	13
1.3 Wat is een verbinding? .....	13
1.4 Vraag naar transmissiecapaciteit .....	14
1.5 Waarom voorraadbesturing? .....	15
1.6 Opbouw van het verslag .....	15
<b>2 Probleembeschrijving .....</b>	<b>17</b>
2.1 Inleiding .....	17
2.2 Het Universeel Transport Netwerk.....	17
2.3 Partitionering en opdeling in lagen .....	18
2.4 Apparatuur .....	19
2.5 Decompositie van de vraag naar verbindingen.....	20
2.6 Logistieke processen.....	22
<b>3 Onderzoeksvragen.....</b>	<b>24</b>
<b>4 Inleiding voorraadbesturing .....</b>	<b>25</b>
4.1 Inleiding .....	25
4.2 Voorraadbesturing.....	25
4.3 Eén-echelon voorraadbesturing: de (s,Q)-strategie .....	26
<b>5 Multi-echelon voorraadbesturing.....</b>	<b>28</b>
5.1 Besturing van een keten van voorraadpunten .....	28

5.2	Integrale besturing: multi-echelon theorie.....	28
5.3	Soorten multi-echelon modellen .....	30
5.4	(s,Q)-strategie voor multi-echelon modellen .....	30
5.5	Boetekosten als stuurparameter voor de servicegraad .....	31
6	Servicegraden .....	32
6.1	De $\alpha$ -servicegraad (cycle service level).....	32
6.2	De $\beta$ -servicegraad (fill-rate) .....	32
6.3	De Ready Rate.....	33
6.4	Keuze van de servicegraad.....	34
6.4.1	Voorbeeld .....	34
7	Basismodel .....	36
7.1	Inleiding .....	36
7.2	Doel .....	36
7.3	Aannames.....	36
7.4	Het tellen van voorraad .....	38
7.5	Beschrijving van het model .....	38
7.6	Modellering van aanvultijden .....	39
7.7	Aanpak van het basismodel .....	40
8	Hybride model .....	41
8.1	Inleiding .....	41
8.2	De methode van Axsäter .....	41
8.2.1	Berekening van boete- en voorraadkosten .....	42
8.3	Drie echelons: extra voorganger van het magazijn .....	43
8.4	Extra voorganger van het verkooppunt.....	45
8.5	Evaluatie en bruikbaarheid van de methode .....	46
9	Serieel model.....	47
9.1	Inleiding .....	47
9.2	Model.....	48
9.3	De methode van De Bodt en Graves.....	48
9.3.1	Idee .....	48
9.3.2	Gebruik van boetekosten.....	49

9.3.3	Benodigde aanpassingen .....	49
9.3.4	Intuïtieve uitleg .....	51
<b>9.4</b>	<b>Resultaten .....</b>	<b>52</b>
9.4.1	TMX .....	52
9.4.2	ADM .....	53
9.4.3	Conclusies .....	54
<b>10</b>	<b>Simulatie .....</b>	<b>55</b>
10.1	Inleiding .....	55
10.2	Eén-echelon model .....	55
10.3	Twee-echelon model .....	57
10.4	Hybride model .....	58
10.4.1	Servicegraad .....	58
10.4.2	Basismodel .....	60
<b>11</b>	<b>Conclusies &amp; Aanbevelingen .....</b>	<b>62</b>
11.1	Conclusies .....	62
11.2	Aanbevelingen voor verder onderzoek .....	62
<b>12</b>	<b>Referenties .....</b>	<b>63</b>
<b>A</b>	<b>Oplosmethodes .....</b>	<b>64</b>
<b>A.1</b>	<b>Axsäter .....</b>	<b>64</b>
A.1.1	Inleiding .....	64
A.1.2	Beschrijving van het model .....	64
A.1.3	Idee .....	65
A.1.4	Algoritme .....	65
<b>A.2</b>	<b>De Bodt en Graves .....</b>	<b>68</b>
A.2.1	Inleiding .....	68
A.2.2	Beschrijving van het model .....	68
A.2.3	Bepaling van de optimale oplossing .....	68
A.2.4	Implementatie .....	70





## Management Samenvatting

### Inleiding

Dit rapport bevat de resultaten van een afstudeerstage bij de KA Network Planning van KPN Research. Deze afstudeerstage heeft plaatsgevonden in het kader van het onderzoeksproject VINN (nr. 13910). Dit project voor de afdeling OVN - Network Design van KPN Telecom had als doel de mogelijkheid te onderzoeken van het toepassen van de (s,Q)-voorraadbesturingsmethode op de voorraad die de Operator Vaste Net aanhoudt voor het UTN. VINN dient gezien te worden als een voorstudie naar de mogelijke toepassingen van bekende theorie over voorraadbesturing op de situatie bij OVN (zie ook naschrift).

Dit afstudeerverslag verdiept zich in een aantal details van voorraadbesturing. We voeren een onderzoek uit naar de mogelijkheden die multi-echelon voorraadbesturing biedt voor het besturen van de voorraad transmissie-apparatuur in het UTN. Multi-echelon voorraadbesturing houdt in dat een voorraadsysteem integraal bestuurd wordt, in plaats het apart besturen van elk voorraadopunt. Het doel is om *inzicht* te krijgen in de relaties die tussen de diverse parameters bestaan, door hiervoor analytische modellen op te stellen en door te rekenen. Dit inzicht gebruiken we om te begrijpen wat belangrijke elementen zijn die we in een voorraadbesturing voor OVN moeten opnemen (zie ook naschrift).

De details van de specifieke besturing die in dit verslag bekeken wordt zijn dus niet van direct belang.

### Aanpak

We beschouwen één centralegebouw dat op een locatie in het internodenet staat, en beschouwen transmissie in twee verschillende geografische richtingen vanuit het centralegebouw. We pakken het probleem op twee manieren aan. De eerste manier is om te proberen het systeem in één samenhangend model te vatten, een zogenaamd *hybride multi-echelon* model. We kijken of bestaande theorie kan worden uitgebreid om een besturing te vinden voor dit model. De tweede manier is om het systeem op te delen in kleinere stukken, en het te beschrijven door een aantal *seriële* submodellen. Met behulp van simulaties onderzoeken we of een dergelijke opsplitsing valide is.

Een aantal vragen die spelen bij het modelleren van het voorraadsysteem worden bekeken. De belangrijkste hiervan zijn ten eerste de keuze voor de servicegraad, en ten tweede de manier waarop aanvullende van apparaten en kaarten worden gemodelleerd.

### Onderzoeksvragen

1. Welk voorraadmodel geeft een accurate beschrijving van de voorraadbesturing van de halffabrikaten in het UTN, en geeft bovendien analytische relaties die de mogelijkheid geven inzicht te krijgen in de processen die spelen?
2. Wat zijn de gevolgen van het los plaatsen van interface-kaarten in transmissie-apparatuur?
3. In hoeverre is het mogelijk de voorraadbesturing van transmissiecapaciteit in verschillende geografische richtingen onafhankelijk van elkaar te besturen?

### Conclusies

- Het is mogelijk voorraadbesturingstheorie toe te passen op het UTN.

- Het hybride model lijkt de werkelijkheid het dichtst te benaderen, maar uit de analyse ervan blijkt dat de wiskundige onderbouwing ervan niet het geschikte resultaat oplevert om eenvoudige relaties tussen diverse parameters te kunnen begrijpen. De opsplitsing van het hybride model in afzonderlijk te besturen seriële modellen blijkt een goed alternatief te zijn.
- Berekeningen tonen aan dat er substantieel kosten bespaard kunnen worden wanneer niet alle kaarten ineens in een apparaat geplaatst worden, maar dit gefaseerd wordt gedaan.

## Aanbevelingen

- Voer verder onderzoek uit naar de resultaten van dit onderzoek in relatie tot bestelkosten.
- Voer een studie uit waarbij ook vraag naar andere soorten verbindingen ingepast wordt in het model.
- Onderzoek wat de gevolgen zijn van het meenemen van meer dan twee geografische richtingen in het model. In combinatie met het meenemen van vaste bestelkosten kan het in dat geval bijvoorbeeld aantrekkelijk zijn om aanvullingen voor verschillende richtingen te combineren.
- Voer een studie uit naar de haalbaarheid van het volgens de in dit verslag genoemde inzichten besturen van voorraad in het UTN.

## Naschrift

Na het gereedkomen van dit verslag zijn er nog enkele inzichten ontstaan die we hier kort weergeven.

We zijn tot de conclusie gekomen dat het toepassen van de volledige multi-echelon theorie op de structuren die OVN hanteert te lastig is om in de praktijk waarde te hebben. Wel is het nuttig en relatief eenvoudig om één sleutelement uit de theorie toe te passen. Het gaat hierbij om de afhankelijkheid in het vraag- en aanvulproces dat bestaat tussen twee opeenvolgende voorraadpunten. Deze methodiek wordt verder uitgewerkt in het project ProVisie (nr. 32297) dat, evenals VINN, door de KA NP voor OVN ND wordt gedaan. In dat project ontwikkelen we een methode / algoritme voor de voorraadbesturing van telecommunicatienetwerken op basis van productstructuren.

## Lijst van afkortingen

ADM	Add-Drop Multiplexer
ATM	Asynchronous Transfer Mode
BU	Business Unit
DWDM	Dense Wavelength Division Multiplexer
DXC	Digital Cross Connect
EVKC	Eerste Orde Verkeerscentrale
Gbps	Gigabit per seconde
GVK	Glasvezelkabel
HIRKA	UTN-netvlakken: H - hoofdnet I - interregionale net R - regionale net K - korte afstandsnet A - aansluitnet
IP	Internet Protocol
KPN	Koninklijke PTT Nederland
Mbps	Megabit per seconde
MT	Mobiele Telefontie
NRC	Nummercentrale
OLO	Other Licensed Operator
OVN	Operator Vaste Net
TF	Telefontie
TMX	Terminal Multiplexer
UTN	Universeel Transport Netwerk
VV	Vaste Verbindingen



# 1 Inleiding

Dit is het verslag van een onderzoek naar multi-echelon voorraadbesturingsmodellen voor transmissienetwerken. Voordat we beginnen met de opzet, uitvoering en resultaten van het onderzoek wordt in dit hoofdstuk eerst het doel van het onderzoek gesteld, en wordt de context waarbinnen het onderzoek valt geschetst. Bovendien wordt in het kort aangegeven wat het nut is van multi-echelon voorraadbesturing. Tot slot wordt aan het eind van het hoofdstuk de verdere indeling van het verslag gegeven.

## 1.1 Doel van het onderzoek

Het doel van het onderzoek waar dit het verslag van is, is om een studie uit te voeren naar de mogelijkheden die multi-echelon voorraadbesturing biedt voor het besturen van de voorraad transmissie-apparatuur in het Universeel Transport Netwerk (UTN). Hierbij beperken we ons tot het internodenet, we laten het aansluitnet dus buiten beschouwing. We kijken naar verschillende soorten modellen die hiervoor gebruikt kunnen worden, en de verschillen tussen deze modellen.

## 1.2 Diensten

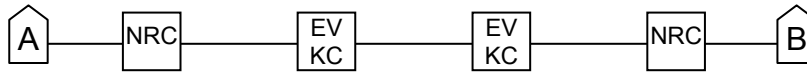
KPN Telecom is een aanbieder van telecommunicatiediensten, waarvan Telefonie (TF) waarschijnlijk de bekendste is, en waar we ons in dit verslag ook mee bezig zullen houden. Andere voorbeelden zijn Vaste Verbindingen (VV), ATM (Asynchronous Transfer Mode), IP (Internet Protocol) en Mobiele Telefonie (MT), die we verder buiten beschouwing laten. De diensten worden verzorgd door Business Units (BU's). Er zijn ook andere aanbieders van dergelijke diensten, zogenaamde Other Licensed Operators (OLO's). Ook zij doen via een BU zaken met KPN.

Om de diensten te kunnen leveren zijn netwerken nodig. Wij bekijken alleen het vaste netwerk, dat in essentie bestaat uit centralegebouwen die door glasvezelkabels met elkaar verbonden zijn. In de centralegebouwen staat apparatuur die ervoor zorgt dat het verkeer dat over het netwerk gestuurd wordt, op de juiste wijze gegroepeerd, gedegroepeerd en geschakeld wordt tussen in- en uitgaande transmissielijnen. Op die manier worden *verbindingen* tot stand gebracht.

## 1.3 Wat is een verbinding?

Om uit te leggen wat een verbinding is, kunnen we het beste een voorbeeld bekijken.

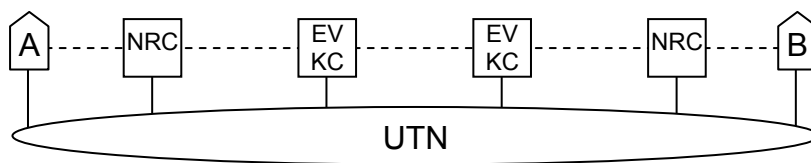
Stel, we willen een telefonie-verbinding realiseren tussen persoon A en persoon B. We spreken in dat geval van een **end-to-end-TF-verbinding**. Deze kan opgevat worden als een verbinding van persoon A naar de nummercentrale (NRC) van de dienst TF waarop hij is aangesloten, vervolgens een verbinding van de NRC naar de eerste orde verkeerscentrale (EVKC) van de dienst TF waarop de NRC is aangesloten, dan naar de EVKC waarop de NRC van persoon B is aangesloten, en via die NRC naar persoon B, zie Figuur 1-1. Alle TF-verkeer gaat via minstens één EVKC, omdat het alleen hier gerouteerd kan worden.



Figuur 1-1: TF-verbinding

Het lijkt er nu op dat de dienst TF het hele proces afhandelt, en dat er kabels in de grond liggen waarover alleen TF-verkeer wordt gestuurd. Dit is echter niet wat er in werkelijkheid gebeurt.

De dienst TF maakt gebruik van een algemeen **transmissienetwerk**, het UTN (zie Figuur 1-2). We zien dat het verkeer dat door persoon A gegenereerd wordt, direct naar het UTN wordt gestuurd. Aan het UTN hangen ook alle TF-centrales, die ervoor zorgen dat het TF-verkeer goed gerouteerd wordt.

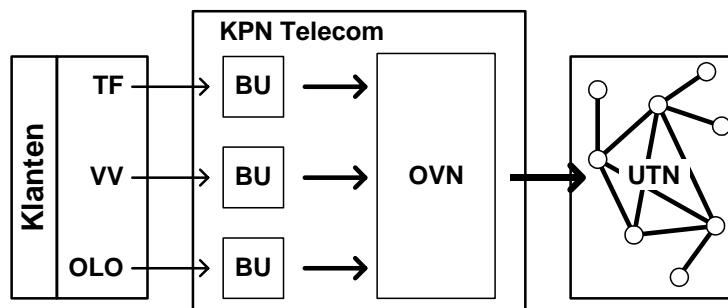


Figuur 1-2: TF-verbinding via UTN

Voor de andere eerder genoemde diensten geldt eenzelfde verhaal. Alle hebben switches die zijn aangesloten op het UTN. Dit verklaart ook waarom we spreken van het *Universeel* Transport Network. In hoofdstuk 2 zal uitgelegd worden hoe de structuur van het UTN er verder uitziet.

## 1.4 Vraag naar transmissiecapaciteit

Via verkoopheenheden komt vraag naar verbindingen terecht bij de diverse BU's. Deze zijn er verantwoordelijk voor dat aan de vraag kan worden voldaan, en bestellen hiertoe elk kwartaal een bepaalde transmissiecapaciteit bij de Operator Vaste Net (OVN). Die is er op zijn beurt verantwoordelijk voor dat het UTN wordt uitgebreid om deze extra capaciteit te kunnen leveren. Via tussenstappen genereren klanten dus vraag naar transmissiecapaciteit op het UTN. In Figuur 1-3 is nog eens grafisch weergegeven hoe dit proces verloopt.



Figuur 1-3: Vraagketen naar transmissiecapaciteit op het UTN

Op het moment is het zo dat elke BU zijn eigen prognoses voor de vraag opstelt en alleen voor zichzelf een bestelling plaatst bij OVN. Er vindt dus geen gezamenlijke inkoop

plaats door de verschillende BU's, en in de praktijk komt het erop neer elke BU apparatuur en kabels in de centralegebouwen heeft liggen die alleen door hem gebruikt mogen worden. We gaan verder in op de vraag naar UTN-verbindingen in hoofdstuk 2.

## 1.5 Waarom voorraadbesturing?

De BU's beloven hun klanten een bepaalde levertijd, waarbinnen de klant zijn bestelling krijgt. Omdat deze echter veel korter is dan de tijd die het duurt om een verbinding in het UTN te realiseren, moeten er verbindingen worden aangelegd waarnaar in de toekomst pas vraag zal optreden. Met andere woorden, er wordt **voorraad** aangehouden. Als kwaliteitsnorm hanteren de BU's een servicegraad, dat wil zeggen dat een bepaald percentage klanten zijn product binnen de beloofde levertijd krijgt. De grootte van de voorraad moet zodanig zijn, dat aan deze servicegraad wordt voldaan.

Doordat BU's elk hun eigen prognoses voor de vraag afgeven, kan het voorkomen dat er een grillig patroon van bestellingen ontstaat. Met behulp van een "nette" vorm van voorraadbesturing, dat wil zeggen een vorm gebaseerd op de wiskundige modellen die in dit verslag behandeld worden, is het mogelijk de voorraadbesturing minder afhankelijk te maken van die grillige prognoses. Daarnaast stelt het ons in staat om beter inzicht te krijgen in de relaties tussen servicegraden en voorraadkosten.

De productstructuur waar we mee te maken hebben, en die verder uitgelegd wordt in hoofdstuk 2, geeft bovendien aanleiding tot een integrale vorm van voorraadbesturing. Dat houdt in dat de voorraadbesturingen van alle apparaten en kaarten, en van alle producten, bij voorkeur aan elkaar gekoppeld worden. In de theorie staat dit bekend als multi-echelon voorraadbesturing. Het doel hiervan is om cumulatieve effecten uit te schakelen, zoals bijvoorbeeld het "bullwhip-effect" (zie bijvoorbeeld Silver, Pyke en Peterson [12]). Dat houdt kort gezegd in dat, wanneer elk voorraadpunt in een keten los wordt bestuurd, er onnodig veel voorraad aangehouden zal worden. Elk punt zal de onzekerheid die het heeft over het gedrag van de andere punten opvangen door de veiligheidsvoorraad te verhogen.

## 1.6 Opbouw van het verslag

Het verslag is als volgt opgebouwd. Om te beginnen beschrijven we in hoofdstuk 2 het probleem nader. We leggen uit hoe het UTN precies is opgebouwd, hoe de vraag naar verbindingen in het UTN wordt gedecomposeerd naar vraag op centralegebouw-niveau en hoe het logistieke proces van het plaatsen van apparatuur eruit ziet.

Vervolgens leggen we in hoofdstukken 3 en 5 in het kort uit wat voorraadbesturing precies is. In hoofdstuk 3 behandelen we de algemene theorie. In hoofdstuk 5 geven we een overzicht van de theorie van multi-echelon voorraadbesturing. Als vervolg hierop behandelen we in hoofdstuk 6 drie definities van servicegraden, die gebruikt kunnen worden binnen de voorraadbesturingstheorie.

De eerste modelleerstep vindt plaats in hoofdstuk 7. Hierin stellen we het basismodel op waarmee verder in het verslag gewerkt zal worden. Tevens beschrijven we in dit hoofdstuk de aannames, en geven we een korte analyse van het model.

We hebben ervoor gekozen het probleem op twee manieren aan te pakken. De eerste manier is om het basismodel in zijn geheel te besturen. Het doel hiervan is om een analytisch model te krijgen, waarmee inzicht verkregen kan worden in de interactie tussen de diverse parameters die een rol spelen. Het resultaat van deze aanpak beschrijven we in hoofdstuk 8.

De tweede manier is om het basismodel op te delen in kleinere, mogelijkere wijs eenvoudiger te besturen submodellen. De werkwijze die we hierbij gevolgd hebben, en de verkregen resultaten, beschrijven we in hoofdstuk 9. In hoofdstuk 10 onderzoeken we vervolgens met behulp van simulatie wat de waarde is van de in het voorgaande hoofdstuk verkregen resultaten.

Tot slot presenteren we in hoofdstuk 11 de conclusies van het onderzoek en geven we aanbevelingen voor een vervolg hierop.



## 2 Probleembeschrijving

### 2.1 Inleiding

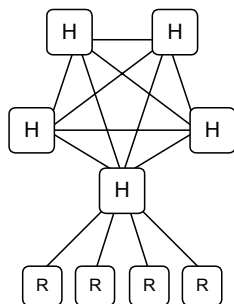
In dit hoofdstuk wordt in het kort de situatie geschetst waarmee we te maken hebben. Eerst wordt uitgelegd wat de structuur is van het UTN, hoe er vraag naar verbindingen ontstaat en welke apparatuur er voor deze verbindingen gebruikt wordt. Dit is nodig om vervolgens de vraag naar verbindingen te vertalen in vraag naar apparatuur, zodat deze op centralegebouw-niveau bestuurd kan worden. Aan het eind van het hoofdstuk gaan we nog in op de logistieke processen die verbindingen tot stand brengen.

### 2.2 Het Universeel Transport Network

Het transmissienetwerk dat we bekijken is het UTN. Dit kan onderverdeeld worden in vijf netvlakken volgens de zogenaamde HIRKA-terminologie. HIRKA zijn de vijf beginletters van de namen van de netvlakken, namelijk het Hoofdnet, het Interregionale net, het Regionale net, het Korte afstandsnet en het Aansluitnet. Omdat het onderscheid tussen H- en I-locaties steeds minder gemaakt wordt, zullen we deze in het vervolg samennemen en H-locaties noemen. Hiervan bevinden zich er 18 in het UTN. Ze zijn op 155 Mbps-niveau volledig vermaasd, dat wil zeggen dat elk tweetal H-locaties rechtstreeks met elkaar verbonden is door een 155 Mbps-verbindingsspad.

Ook voor R- en K-locaties geldt dat ze steeds vaker samengenomen worden. Dit zullen wij dus ook doen, en we noemen ze R-locaties. De R-locaties zijn stervormig, via 155 Mbps-paden, met locaties in het hoofdnet verbonden. Hiermee wordt bedoeld dat elke R-locatie met precies één H-locatie is verbonden, en dat er geen directe verbinding is tussen twee R-locaties. Een grote H-locatie is verbonden met ongeveer 100 R-locaties, in totaal zijn er zo'n 1300 R-locaties.

De UTN-H- en R-netvlakken worden samen het **internodenet** genoemd. In Figuur 2-1 is te zien hoe een volledig vermaasd UTN-H-netvlak op vijf locaties eruit ziet, en hoe R-locaties met het H-netvlak zijn verbonden.

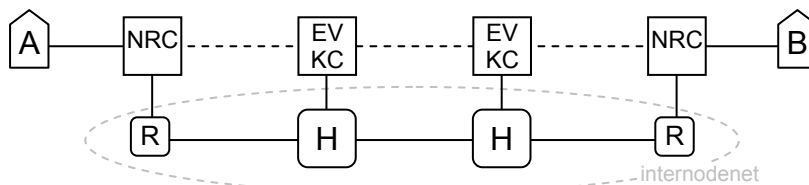


Figuur 2-1: Opbouw UTN

## 2.3 Partitionering en opdeling in lagen

In paragraaf 1.3 is uitgelegd hoe vraag naar TF-verbindingen vraag naar transmissiecapaciteit op het UTN genereert. In deze paragraaf werken we het plaatje van Figuur 1-2 in meer detail uit.

Stel dat de NRC's van personen A en B elk op een UTN-R-locatie zijn aangesloten, en wel twee verschillende locaties. Stel bovendien dat deze twee R-locaties elk op een andere H-locatie is aangesloten. De verbinding tussen A en B komt er dan uit te zien zoals in Figuur 2-2 is weergegeven.

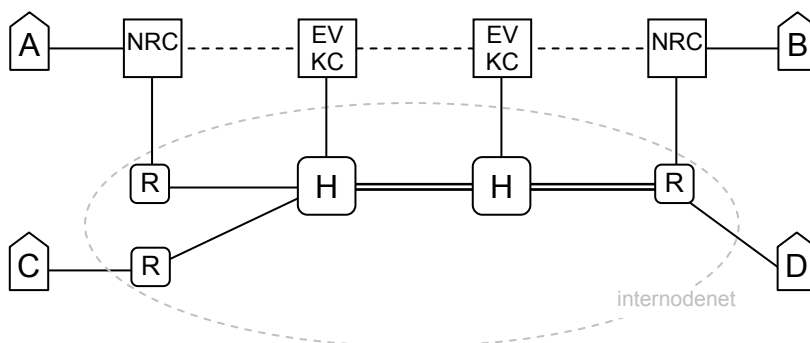


Figuur 2-2: TF-verbinding via het UTN in meer detail

Persoon A maakt verbinding met zijn NRC. Dit gebeurt via het **aansluitnet** (ook wel aangeduid met UTN-A), dat we in ons onderzoek verder buiten beschouwing laten. De NRC zit aan een R-locatie gekoppeld. Die stuurt zijn verkeer door naar de H-locatie waaraan hij is gekoppeld. Hier wordt het TF-verkeer uitgekoppeld naar de EVKC, die het verkeer de goede richting uit routeert. In dit geval moet het verkeer naar een andere EVKC. Dit gaat wederom via het internodenet: het verkeer gaat terug naar de H-locatie en wordt daar doorgestuurd naar de H-locatie die bij de bestemmings-EVKC hoort. Hier wordt het verkeer weer uitgekoppeld naar de EVKC. In deze EVKC wordt vervolgens bepaald naar welke NRC het verkeer moet. Dit gaat, net zoals bij de vorige stap, via het internodenet, en wel via een H- en een R-locatie. In de NRC tenslotte wordt het verkeer naar persoon B geleid, wederom via het aansluitnet, waarmee de verbinding tot stand is gekomen.

Het blijkt dat de verbinding tussen A en B gebruik maakt van drie deelverbindingen in het internodenet. Hierop wordt verder ingegaan in paragraaf 2.5.

Nu is ook in te zien waarom het efficiënt is om een algemeen transmissienetwerk te gebruiken. Andere gebruikers, die ook TF-verbindingen of andere producten zoals vaste verbindingen willen hebben, kunnen gebruik maken van (delen van) hetzelfde netwerk als de hierboven beschreven personen. Dit wordt geïllustreerd in Figuur 2-3, waarbij een vaste verbinding is opgezet tussen C, die aangesloten is op een ander R-locatie dan de NRC van A, en D, die aangesloten is op dezelfde R-locatie als de NRC van B. De beide R-locaties van C en de NRC van A zijn op dezelfde H-locatie aangesloten.



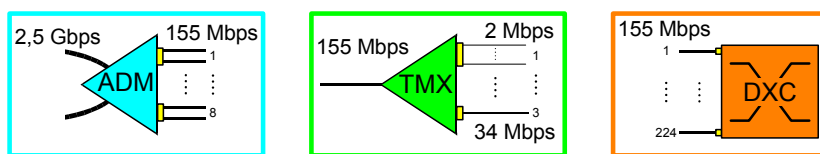
Figuur 2-3: Verschillende soorten verbindingen via het UTN

Het onderzoek spitst zich toe op het besturen van de voorraad capaciteit in één centralegebouw, bijvoorbeeld een van bovengenoemde H-locaties. We zullen dus eerst moeten kijken hoe zo'n centralegebouw er van binnen uitziet, en wat het besturen van de voorraad capaciteit precies inhoudt.

## 2.4 Apparatuur

In de centralegebouwen op de H- en R-locaties wordt apparatuur geplaatst om het transmissieverkeer in goede banen te leiden. Voordat we het systeem verder kunnen modelleren bekijken we nu eerst welke apparatuur er gebruikt wordt.

De verbindingen waarover dit verkeer gaat komen tot stand doordat in centralegebouwen apparatuur aan glasvezelkabels (GVK's) gekoppeld wordt. Eén GVK heeft een capaciteit van 2,5 Gbps<sup>1</sup>. De apparatuur die gebruikt wordt om deze capaciteit op te delen in kleinere eenheden en vervolgens te routeren is schematisch weergegeven in Figuur 2-4.



Figuur 2-4: Schematische weergaven van apparatuur

De volgende apparaten worden gebruikt.

- **Add-Drop Multiplexer (ADM):** Een ADM kan 16 verbindingen van 155 Mbps stapelen tot één verbinding van 2,5 Gbps, of een 2,5 Gbps-verbinding splitsen in 16 155 Mbps-verbindingen. Een ADM bevat twee kaarten aan de 2,5 Gbps-kant en acht kaarten aan de 155 Mbps-kant, waarop elk 2 verbindingen aangesloten kunnen worden.
- **Terminal Multiplexer (TMX):** Met behulp van een TMX kunnen verbindingen van 2 Mbps en 34 Mbps gestapeld worden tot een verbinding van 155 Mbps, of een 155 Mbps-verbinding splitsen in 2 Mbps- en 34 Mbps-verbindingen. Een TMX bevat slechts één kaart aan de 155 Mbps-kant, en kan drie kaarten aan de andere kant bevatten. Hierbij zijn twee typen kaarten mogelijk: één waarop 21 stuks 2 Mbps-verbindingen kunnen worden aangesloten, en één voor een 34 Mbps-verbinding. Alle combinaties van deze twee typen kaarten zijn in principe toegestaan, in dit verslag worden echter alleen kaarten voor 2 Mbps-verbindingen beschouwd.
- **Digital Cross Connect (DXC):** Een DXC is een routeringsapparaat, waar 155 Mbps-verbindingen aan gekoppeld kunnen worden. Data wordt in een DXC op 2 Mbps-niveau doorgeschakeld, dat wil zeggen dat een 155 Mbps-verbinding eerst wordt gesplitst in 2 Mbps-verbindingen. Vervolgens worden deze 2 Mbps-verbindingen gerouteerd, en per richting worden ze weer gestapeld tot 155 Mbps-verbindingen. Een DXC kan maximaal 224 kaarten bevatten waarop elk één 155 Mbps-verbinding kan worden aangesloten. In tegenstelling tot ADM's en TMX-en, die in zowel H- als R-locaties worden geplaatst, worden DXC's alleen geplaatst in H-locaties.

Hiernaast hebben we te maken met nog twee termen die gebruikt worden bij het maken van een verbinding.

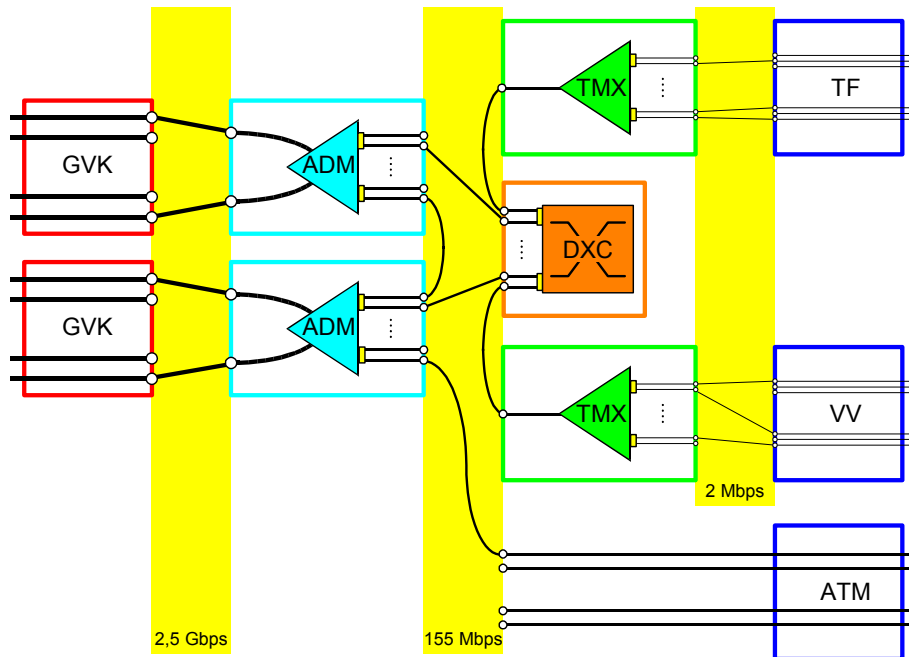
- **Verdeler:** Apparaten en kaarten worden afgewerkt op verdelers. Deze zijn op te vatten als panelen met 'stopcontacten' erin, waarop aan de achterkant kabels worden aangesloten die uit een kaart op een apparaat komen. Deze 'stopcontacten' worden

<sup>1</sup> Met behulp van een DWDM (Dense Wavelength Division Multiplexer) kan de capaciteit van een GVK vergroot worden tot 40 Gbps.

**afwerkpunten** genoemd. Wanneer nu een verbinding moet worden gemaakt tussen twee apparaten, hoeft alleen een kabel te worden getrokken tussen twee van zulke afwerkpunten.

- **In-house-bekabeling:** In-house-bekabeling is bekabeling in een centralegebouw.

Het plaatsen van apparatuur en kaarten gebeurt modulair. Dit houdt in dat een apparaat of een kaart geplaatst wordt, en de uitgangen vervolgens worden afgewerkt op een verdeler waardoor afwerkpunten ontstaan. Om een idee te krijgen hoe een centralegebouw er uit ziet, is in Figuur 2-5 de opbouw ervan schematisch weergegeven. De indeling kan voorgesteld worden alsof elk apparaat een eigen kamertje heeft. De ruimte tussen twee verdelers kan gezien worden als een gang waar aan weerszijden stopcontacten zitten, het aanleggen van de in-house-bekabeling gebeurt dan door een kabel te trekken tussen twee van zulke stopcontacten.



Figuur 2-5: Schematische indeling van een centralegebouw

Het besturen van de voorraad capaciteit in een centralegebouw komt nu neer op het besturen van de voorraad apparatuur, kaarten, verdelers en in-house-bekabeling. Wanneer er vraag optreedt naar transmissiecapaciteit, dient er voldoende van deze 'ingrediënten' aanwezig te zijn om een verbinding via het centralegebouw te kunnen laten lopen.

Nu we weten hoe een centralegebouw eruit ziet, en welke apparatuur een rol speelt, kunnen we gaan kijken hoe de vraag naar verbindingen in het hele netwerk vertaald kan worden in vraag naar apparatuur en kaarten in één centralegebouw.

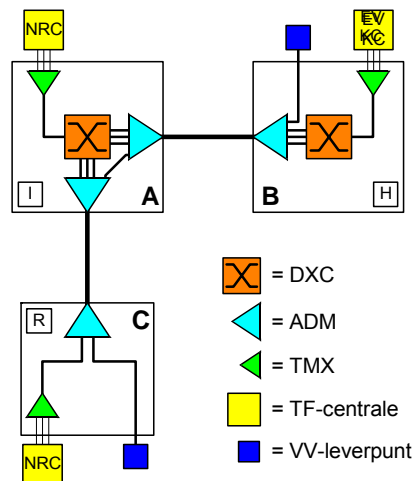
## 2.5 Decompositie van de vraag naar verbindingen

OVN ontvangt van de BU's vraag naar end-to-end-verbindingen (dat is een 'hele' verbinding, die dus niet onderdeel is van een grotere verbinding) uitgedrukt in 2 Mbps-eenheden. Om nu de apparatuur op centralegebouw-niveau te kunnen besturen, zal deze vraag naar end-to-end-verbindingen eerst omgerekend moeten worden naar de vraag naar deelverbindingen tussen alle tweetallen centralegebouwen. Hiermee kan vervolgens de vraag naar deelverbindingen vanuit elk centralegebouw berekend worden. Zo'n deelverbinding die een centralegebouw verlaat noemen we een **halfabrikkat**. Wanneer

voor een centralegebouw bekend hoe groot de vraag naar halffabrikaten is, kan vervolgens de vraag naar apparatuur en kaarten worden berekend.

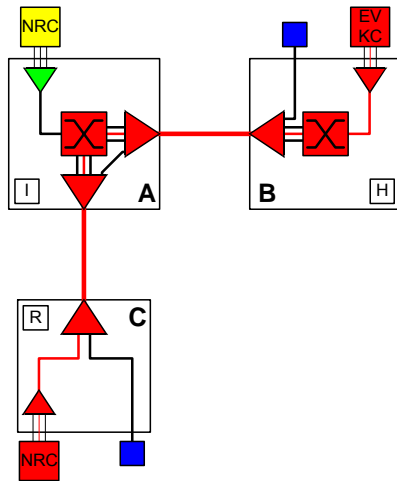
We bekijken hoe de vraag naar een end-to-end-verbinding vraag naar apparatuur genereert. Hiertoe definiëren we twee typen halffabrikaten. Het eerste is een **doorgaande verbinding**. Hiermee hebben we te maken wanneer het centralegebouw dat we bekijken in de verbinding zowel wordt voorafgegaan als wordt opgevolgd door een andere UTN-locatie. Het tweede type halffabrikaat is een **terminerende verbinding**. Hiermee hebben we te maken wanneer het centralegebouw dat we bekijken in de verbinding slechts aan één kant wordt opgevolgd door een andere UTN-locatie. Aan de andere kant is het centralegebouw verbonden met de switch van een dienst. Hier 'verlaat' de verbinding het internodenet.

Om het bovenstaande te illustreren hebben we in Figuur 2-6 een klein stukje van het internodenet weergegeven, met een H-, een I- en een R-locatie. Het betreft hier een voorbeeld dat gebaseerd is op de huidige situatie, waarbij dus nog onderscheid gemaakt wordt tussen H- en I-locaties. In een I-locatie bevindt zich nooit een EVKC, wat betekent dat verkeer uit een NRC (zoals in locatie C) via een I-locatie (locatie A) met de EVKC in een H-locatie (locatie B) is verbonden. In locatie A bevindt zich wel een NRC. Het principe dat we hier illustreren is algemeen toepasbaar op andere typen verbindingen.

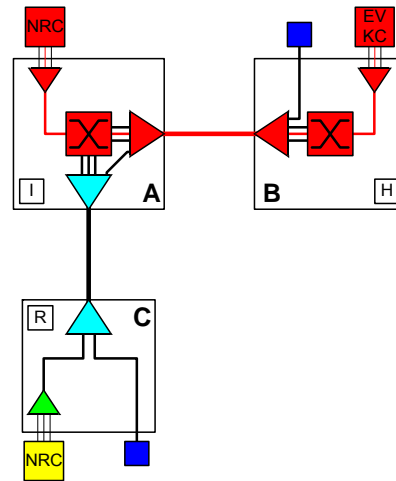


Figuur 2-6: Stukje internodenet

Wanneer we nu centralegebouw A, de I-locatie, willen besturen, moeten we weten wat de invloed van de vraag naar end-to-end-verbindingen is op de vraag naar apparatuur in gebouw A. Hiertoe beschouwen we twee typen end-to-end-verbindingen. In Figuur 2-7 is een end-to-end-TF-verbinding weergegeven tussen B en C, wat voor locatie A resulteert in een doorgaande verbinding. In Figuur 2-8 is een end-to-end-TF-verbinding weergegeven tussen A en B, wat voor locatie A resulteert in een terminerende verbinding.



Figuur 2-7: Doorgaande verbinding



Figuur 2-8: Terminerende verbinding

Wanneer we nu locatie A bekijken, zien we dat doorgaande verbindingen vraag genereren naar ADM's en DXC's, terwijl terminerende verbindingen minder vraag naar ADM's genereren maar extra vraag naar TMX-en. Op deze manier is van alle vraag naar end-to-end-verbindingen te bepalen welk effect ze hebben op de vraag naar apparatuur en kaarten in elk centralegebouw.

Het decompositie-algoritme voor de netwerkvraag is beschreven door projectgroep VINN [3], en wordt hier verder buiten beschouwing gelaten. Wij gaan er in het vervolg van uit dat de vraag naar apparatuur en kaarten voor elk centralegebouw bekend is.

## 2.6 Logistieke processen

In de voorgaande paragrafen hebben we al enkele malen kort iets gezegd over de logistieke processen waarmee we te maken hebben bij het plaatsen van apparatuur en kaarten. In deze paragraaf gaan we hier nog iets verder op in, en geven we tot slot nog enkele definities die nodig zijn bij de beschrijving ervan.

Zoals gezegd worden apparaten modulair geplaatst. Hierbij worden de kaarten aan de hogere-capaciteitszijde (voor ADM's is dat de 2,5 Gbps-zijde en voor TMX-en de 155 Mbps-zijde) direct in het apparaat geplaatst en afgewerkt op de verdeler. Wanneer we het in het vervolg van dit verslag over kaarten hebben, bedoelen we daarmee de kaarten aan de lagere-capaciteitszijde.

Kaarten worden niet los op voorraad gehouden, dus zonder dat ze in een apparaat zijn geplaatst. Wanneer een kaart in een apparaat geplaatst moet worden, neemt degene die de kaart plaatst deze ook mee naar het centralegebouw.

Het plaatsen van de kaarten aan de lagere-capaciteitszijde kan in principe per stuk gebeuren. De huidige praktijk is dat alle kaarten direct worden geplaatst en afgewerkt. Het zou echter voordelig kunnen zijn om te wachten met het plaatsen van kaarten, om zodoende de voorraad op een lager peil te houden, en dus minder voorraadkosten te hebben. Er zal in ieder geval altijd van uitgegaan worden dat een apparaat direct met minimaal één kaart aan de lagere-capaciteitszijde geplaatst wordt.

Het proces van het bestellen, plaatsen en afwerken van apparatuur of kaarten noemen we **aanvullen**. De tijd die dit proces in beslag neemt noemen we de **aanvultijd**. Het hele proces dat plaatsvindt van het moment waarop een aanvulling binnenkomt tot vlak vóór het moment waarop de volgende aanvulling binnenkomt, noemen we een **aanvulcyclus**.

Wanneer er vraag optreedt naar een halffabrikaat, en er is voldoende voorraad aanwezig om het te produceren, wordt het aan de klant geleverd. Onder het **leveren** van een

verbinding verstaan we het aanleggen van de benodigde in-house-bekabeling, en het uitvoeren van de softwarematige handelingen om een verbinding daadwerkelijk mogelijk te maken. De aan de klant beloofde tijd waarbinnen aan zijn vraag wordt voldaan noemen we de **levertijd**. Waar in het vervolg gesproken wordt van "meteen leveren", bedoelen we dat de klant niet langer op zijn verbinding hoeft te wachten dan deze levertijd. Analoog bedoelen we met "niet op tijd" of "niet direct" kunnen leveren dat de klant wel langer dan de levertijd op zijn verbinding moet wachten.

### 3 Onderzoeksvragen

In dit hoofdstuk presenteren we de onderzoeksvragen die ten grondslag hebben gelegen aan het onderzoek.

De belangrijkste onderzoeksvraag is de volgende.

1. Welk voorraadmodel geeft een accurate beschrijving van de voorraadbesteding van de halffabrikaten in het UTN, en geeft bovendien analytische relaties die de mogelijkheid geven inzicht te krijgen in de processen die spelen?

Omdat de productstructuren van de halffabrikaten daartoe aanleiding geven, hebben we ons beperkt tot het onderzoeken van multi-echelon voorraadmodellen. Ons vermoeden is dat een integrale besturing van het systeem beter is dan losse besturing van de diverse voorraadpunten, terwijl het mogelijk blijft analytisch verbanden te vinden tussen de diverse parameters in het model.

Hiernaast, en niet geheel los hiervan te zien, zijn de volgende twee vragen bepalend geweest voor het verloop van het onderzoek.

2. Wat zijn de gevolgen van het los plaatsen van interface-kaarten in transmissie-apparatuur?

In paragraaf 2.6 hebben we gemeld dat de huidige praktijk is om bij plaatsing van een apparaat, ook alle kaarten in één keer in het apparaat te plaatsen. We onderzoeken wat de besparing in voorraadkosten is wanneer kaarten pas wanneer ze nodig zijn los per stuk bijgeplaatst worden.

3. In hoeverre is het mogelijk de voorraadbesteding van transmissiecapaciteit in verschillende geografische richtingen onafhankelijk van elkaar te besturen?

Het is in de praktijk belangrijk om voorraadmodellen te hebben waar gemakkelijk mee gewerkt kan worden. Het besturen van voorraad volgens eenvoudige (deel-)modellen kan een goede optie zijn, wanneer hiermee de werkelijkheid voldoende goed beschreven wordt. We onderzoeken of een dergelijke opdeling voor het UTN mogelijk is.



## 4 Inleiding voorraadbesturing

### 4.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt uitgelegd wat multi-echelon voorraadbesturing is, en welke plaats deze inneemt binnen de voorraadbesturing in het algemeen. In paragraaf 4.2 worden hiertoe eerst in het kort de belangrijkste begrippen uit de theorie van de voorraadbesturing behandeld. Vervolgens wordt in paragraaf 3.3 het (s,Q)-model behandeld. Hierop is de multi-echelon besturing in het onderzoek gebaseerd. Tot slot wordt in paragraaf 3.4 nog ingegaan op de rol van boetekosten in de voorraadbesturing.

### 4.2 Voorraadbesturing

Wanneer een klant vraag uitoefent op een systeem, verwacht hij zijn product binnen een bepaalde tijd, de **levertijd**, te krijgen. Wanneer het produceren van het product langer duurt dan deze levertijd, moet er voorraad worden aangehouden: producten worden al gemaakt terwijl ze nog niet gevraagd zijn.

In de voorraadtheorie worden verschillende begrippen gebruikt om de toestand van een systeem te karakteriseren. Hieronder sommen we enkele hiervan op die voor ons relevant zijn.

- **Fysieke voorraad** is de voorraad die fysiek aanwezig is. De fysieke voorraad kan nooit negatief worden.
- **Naleveringen** zijn producten die nog geleverd moeten worden omdat de fysieke voorraad op het moment dat deze producten gevraagd werden, nul was.
- De **netto voorraad** is gelijk aan (fysieke voorraad) - (naleveringen).
- **Bestellingen** zijn producten die wel al besteld zijn, maar nog niet zijn binnengekomen.
- De **economische voorraad** is gelijk aan (fysieke voorraad) + (bestellingen) - (naleveringen).

Voorraad aanhouden kost geld. Immers, de investeringen die bij het maken van het product zijn gedaan zitten 'vast' in dat product. Wanneer geen voorraad was aangehouden, had dit geld op een andere manier besteed kunnen worden. Aan de andere kant kost het te laat leveren van een product ook geld. Vaak zijn hier boetekosten aan verbonden, of kunnen symbolische boetekosten toegekend worden aan bijvoorbeeld het weglopen van de klant of het verlies van goodwill. Ten derde zijn er vaak vaste bestelkosten verbonden aan een bijbestelling van producten om de voorraad op peil te houden. Wanneer meer producten tegelijk besteld worden, en er dus minder vaak besteld hoeft te worden, worden er minder bestelkosten gemaakt maar wordt er meer voorraad aangehouden. De hoogte van de aan te houden voorraad komt nu neer op het tegen elkaar afwegen van voorraad-, boete- en bestelkosten.

Er moet er een aantal keuzes gemaakt worden met betrekking tot de manier waarop de voorraad bestuurd wordt. Soms worden deze keuzes al door het systeem dat gemodelleerd wordt bepaald, soms heeft de modelleerder grotere vrijheid. We behandelen in het kort twee van deze keuzemogelijkheden.

De eerste is de keuze tussen **continuous review** en **periodic review**. *Continuous review* houdt in dat het voorraadmiveau continu gemeten wordt, en ook op elk moment kan worden bijbesteld. Bij *periodic review* wordt het voorraadmiveau op vaste tijdstippen

gemeten, bijvoorbeeld elke dag om 12.00u, of elke eerste maandag van de maand. Bijbestellingen kunnen ook alleen op dat moment gedaan worden. De keuze voor een van deze twee mogelijkheden kan bijvoorbeeld afhankelijk zijn van de eigenschappen van het computersysteem waarmee de voorraad wordt bijgehouden, van afspraken die met toeleveranciers zijn gemaakt, of van de karakteristieken van het vraagproces naar eindproducten.

Een tweede keuze die gemaakt moet worden betreft de manier waarop besteld wordt. Hierbij wordt in het algemeen gekozen tussen twee mogelijkheden. De eerste is om een vaste bestelgrootte te hanteren, de tweede om de voorraad bij elke bestelling aan te vullen tot een vast niveau.

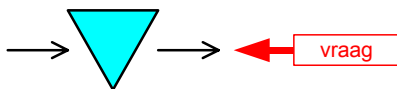
Een voorbeeld van deze tweede mogelijkheid is de **(s,S)-strategie**. Dit is een *continuous review* strategie. Wanneer het niveau van de economische voorraad onder  $s$  zakt, wordt een hoeveelheid bijbesteld die het niveau precies op  $S$  brengt. De *periodic review* tegenhanger van de  $(s,S)$ -strategie is de **(R,s,S)-strategie**. Deze werkt op dezelfde manier, zij het dat het voorraadmiveau hierbij om de  $R$  tijdseenheden wordt gemeten. Wanneer op zo'n meetmoment de economische voorraad kleiner is dan  $s$ , wordt deze aangevuld tot een niveau  $S$ .

Het hanteren van een vaste bestelgrootte gebeurt in het continue geval bij de **(s,Q)-strategie**, in het periodieke geval bij de **(R,s,Q)-strategie**. In beide gevallen wordt een hoeveelheid ter grootte  $Q$  bijbesteld wanneer het voorraadmiveau bij meting kleiner is dan  $s$ . Ook hierbij is de keuze voor een strategie afhankelijk van verschillende factoren, zoals bijvoorbeeld wederom afspraken die met toeleveranciers zijn gemaakt, of fysieke eigenschappen van producten.

Wij kiezen ervoor te werken met een  $(s,Q)$ -strategie. De belangrijkste reden hiervoor is dat in ons geval  $Q$  wordt bepaald door de fysieke eigenschappen van de apparaten en kaarten, en doordat we zullen aannemen dat er geen vaste bestelkosten zijn. Het eerste zal verder uitgelegd worden in paragraaf 7.4, waar we ingaan op de manier waarop we de voorraad tellen. De aanname van het ontbreken van vaste bestelkosten is te vinden in paragraaf 7.3. Daarnaast wordt bij KPN Telecom gewerkt met zogenaamde **peilstokniveaus**, die equivalent zijn met de  $s$  in de  $(s,Q)$ -strategie. In de volgende paragraaf wordt in wat meer detail uitgelegd hoe de  $(s,Q)$ -strategie eruit ziet.

### 4.3 Eén-echelon voorraadbesteding: de $(s,Q)$ -strategie

Het meest simpele voorraadsysteem bestaat uit slechts één voorraadopunt. Een model dat een dergelijk systeem beschrijft wordt een één-echelon model genoemd. Schematisch kan dit worden weergegeven zoals in Figuur 4-1, waarbij de driehoek het voorraadopunt weergeeft, de zwarte pijlen acties representeren en het rode blok met pijl vraag van een klant.



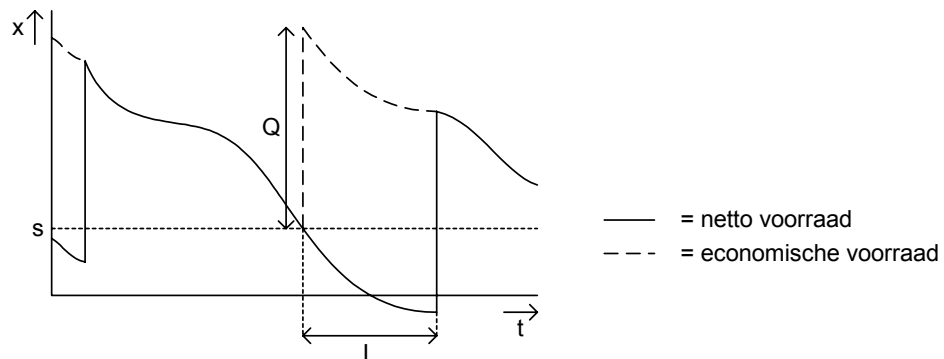
Figuur 4-1: Eén-echelon model

In dit geval geeft de linker-, ingaande pijl een aanvulactie van het voorraadopunt weer, en de rechter-, uitgaande pijl de levering van een product aan een klant.

Zoals al is uitgelegd in de vorige paragraaf, wordt bij een  $(s,Q)$ -strategie de voorraad continu gemeten, en wordt er een bestelling ter grootte  $Q$  gedaan wanneer de economische voorraad onder het bestelniveau  $s$  zakt. Hiervoor worden vaste bestelkosten in rekening gebracht. Op dat moment wordt de economische voorraad direct met  $Q$  opgehoogd tot een niveau  $s+Q$ , de netto voorraad blijft echter gelijk aan  $s$  omdat

de bestelling pas binnenkomt na het verlopen van de aanvultijd  $L$ . Op dat moment wordt ook de netto voorraad verhoogd met  $Q$  eenheden. Gedurende de aanvultijd zakt het netto voorraadvolume nog verder als gevolg van vraag die optreedt. Hij kan zelfs negatief worden, namelijk wanneer de totale vraag gedurende de aanvultijd groter is dan  $s$ . We spreken dan van een **tekort**. Het bestelniveau  $s$  is gelijk aan de verwachte vraag tijdens een aanvulperiode plus de **veiligheidsvoorraad**. Dit is het verwachte niveau van de economische voorraad vlak voordat een levering binnenkomt. Wanneer  $s$  kleiner is dan de verwachte vraag gedurende een aanvulperiode is de veiligheidsvoorraad per definitie gelijk aan nul.

In Figuur 4-2 is een typisch voorraadverloop voor een één-echelon model dat bestuurd wordt met een  $(s,Q)$ -strategie weergegeven.



**Figuur 4-2: Typisch voorraadverloop onder een  $(s,Q)$ -strategie**

Het doel kan nu zijn om de waarde voor  $s$  zodanig te kiezen, dat de totale kosten geminimaliseerd worden. Een andere mogelijkheid is om een bepaalde servicegraad te eisen. Deze kan bijvoorbeeld luiden dat de kans dat de netto voorraad tijdens een bestelcyclus onder nul zakt kleiner moet zijn dan een bepaalde waarde, of dat een bepaald percentage orders direct uit voorraad geleverd moet kunnen worden. Welke definitie gebruikt wordt, bepaalt de prestatie van het systeem. In hoofdstuk 6 worden enkele definities van servicegraden behandeld.

In het algemeen dient ook de optimale waarde voor  $Q$  bepaald te worden. In het geval dat de bestelgrootte  $Q$  gelijk is aan een veelvoud van een vaste grootte  $Q^*$ , en de vaste bestelkosten gelijk zijn aan nul, is de optimale waarde van  $Q$  gelijk aan  $Q^*$ . Meer bestellen brengt immers extra voorraadkosten met zich mee, terwijl er geen voordeel wordt behaald omdat er minder vaak voorraadkosten hoeven te worden betaald.

## 5 Multi-echelon voorraadbesturing

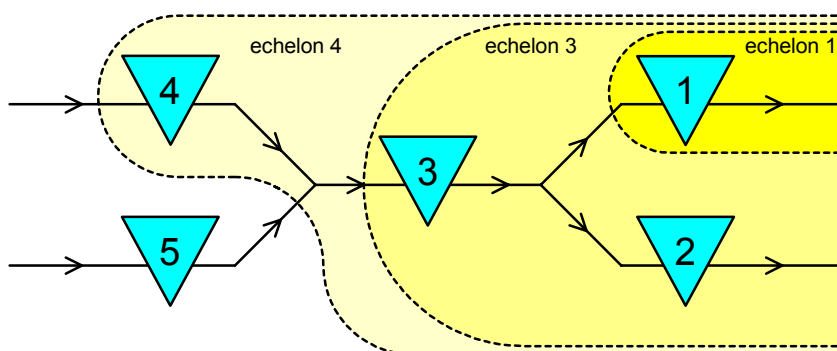
### 5.1 Besturing van een keten van voorraadpunten

Met behulp van strategieën uit de één-echelon voorraadtheorie is het mogelijk een keten van voorraadpunten, waarbij het ene voorraadpunt wordt bevoorradt door een ander, te besturen. De vraag die wordt uitgeoefend op een hoger voorraadpunt is dan het resultaat van de bestellingen die gedaan worden door de voorraadpunten waaraan het punt levert.

Opeenvolgende voorraadpunten worden op die manier elk apart bestuurd. Elk voorraadpunt bepaalt een lokaal optimale voorraadstrategie, dat wil zeggen een lokaal optimaal bestelniveau en een lokaal optimale bestelhoeveelheid. Zodra de voorraad onder het bestelniveau zakt wordt een bestelhoeveelheid bijbesteld, ongeacht wat er nog aan voorraad is in de daaropvolgende voorraadpunten. Zo kan het voorkomen dat een voorraadpunt al nieuwe producten bijbestelt, terwijl het daaropvolgende voorraadpunt voorlopig nog geen vraag zal genereren omdat daar nog genoeg voorraad is. Op dat moment wordt er in feite teveel voorraad aangehouden omdat er alleen met lokale informatie gewerkt wordt. Omdat een dergelijke manier van besturen sub-optimaal is, kiezen we ervoor integrale besturing toe te passen. De theorie hiervan is beschreven in de volgende paragraaf.

### 5.2 Integrale besturing: multi-echelon theorie

In 1958 introduceerde Clark [4] de term "multi-echelon voorraadbesturing", waarbij een keten van voorraadpunten integraal bestuurd wordt. Dit houdt in dat ook voorraad in de voorraadpunten die verderop in de keten liggen beschouwd wordt bij de beslissing of door een voorraadpunt moet worden bijbesteld.



Figuur 5-1: Echelons

De **echelon** behorende bij een voorraadpunt is de verzameling waarin zich het voorraadpunt zelf bevindt, en alle voorraadpunten die (in)direct door dit voorraadpunt worden bevoorradt. Deze laatste noemen we **lager gelegen voorraadpunten**, het eerste is het **hoger gelegen voorraadpunt**. De echelon wordt genummerd naar het hoogste voorraadpunt in de echelon. In Figuur 5-1 is schematisch weergegeven wat onder een echelon wordt verstaan.

We leggen in het vervolg van deze paragraaf uit hoe de begrippen uit de één-echelon voorraadbesturingstheorie zich laten vertalen naar de multi-echelon theorie.

### Vraag naar producten

In het algemeen wordt aangenomen dat er alleen vraag van buitenaf optreedt bij de laagstgelegen voorraadpunten, dat zijn de voorraadpunten die geen opvolger hebben in de voorraadketen. Wij werken in het vervolg ook met deze aanname.

### Definities van voorraad

Om de verschillende definities van voorraad uit de één-echelon voorraadbesturingstheorie aan te passen aan de multi-echelon theorie, gaan we eerst na waar naleveringen en bestellingen in dit laatste geval optreden.

- Vraag treedt alleen op in de laagstgelegen voorraadpunten. Daarom kunnen ook **naleveringen** alleen hier optreden. Ze worden echter wel beschouwd als naleveringen voor elke echelon waar het betreffende voorraadpunt deel van uit maakt.
- De **bestellingen** horende bij een echelon zijn producten die wel al besteld zijn door het hoogste voorraadpunt in de echelon, maar nog niet zijn binnengekomen.

De termen fysieke voorraad, netto voorraad en economische voorraad uit de één-echelon theorie worden op de volgende voor de hand liggende manier aangepast voor multi-echelon modellen:

- De **fysieke echelonvoorraad** is de voorraad die zich fysiek in het hoogste voorraadpunt van de echelon bevindt, plus de voorraad die fysiek aanwezig is in of onderweg naar de overige voorraadpunten in de echelon.
- De **netto echelonvoorraad** is gelijk aan (fysieke echelonvoorraad) - (naleveringen).
- De **economische echelonvoorraad** is gelijk (fysieke echelonvoorraad) + (bestellingen) - (naleveringen).

Een essentiële voorwaarde om de niveaus van deze voorraden te bepalen, en dus om multi-echelon voorraadbesturing te kunnen toepassen, is dat bekend is wat de voorraadmiveaus in alle voorraadpunten zijn. Met andere woorden, de informatie over voorraadmiveaus moet globaal beschikbaar is.

### Voorraadkosten

Aan elke echelon worden voorraadkosten toegekend. Deze kosten worden berekend over het totaal aantal producten dat zich in de echelon bevindt. Dit betekent dat een product dat zich in een bepaald voorraadpunt bevindt, voorraadkosten genereert in alle echelons waar dat voorraadpunt deel van uitmaakt. In Figuur 5-1 houdt dit in dat een product dat zich in voorraadpunt 1 bevindt, meetelt bij de berekening van de voorraadkosten van echelons 4, 3 en 1. De **echelon voorraadkosten**, dat wil zeggen de voorraadkosten per product per tijdseenheid voor een bepaalde echelon, zijn dan ook op te vatten als de extra voorraadkosten die het product veroorzaakt doordat het van het vorige naar het huidige voorraadpunt is getransporteerd. Wanneer we met  $\tilde{h}_i$  de één-echelon voorraadkosten aanduiden van voorraadpunt  $i$ , en met  $\tilde{h}_j$  die van voorraadpunt  $j$ , dan zijn de echelon voorraadkosten  $h_i$  van echelon  $i$  gelijk aan  $h_i = \tilde{h}_i - \sum_{j>i} \tilde{h}_j$  waarbij we hier met  $j > i$  bedoelen dat voorraadpunt  $j$  een directe voorganger is van voorraadpunt  $i$  in de voorraadketen.

De gemiddelde totale voorraadkosten van het hele systeem zijn nu gelijk aan de som van de gemiddelde voorraadkosten van alle echelons.

### 5.3 Soorten multi-echelon modellen

In de literatuur wordt een onderscheid gemaakt tussen vier typen multi-echelon voorraadmodellen:

- **seriële modellen**, waarbij elk voorraadpunt maximaal één voorganger en maximaal één opvolger heeft;
- **convergente modellen**, met één voorraadpunt dat wordt bevoorraadt door minstens twee andere voorraadpunten. Een typisch voorbeeld is een montagelijijn;
- **divergente modellen**, met één voorraadpunt dat verschillende andere voorraadpunten bevoorraadt. Een typisch voorbeeld is een distributiesysteem met één centraal magazijn en meerdere verkooppunten;
- **hybride modellen**, die een combinatie van bovenstaande modellen zijn.

Seriële modellen zijn het simpelst, en er is ook veel aandacht besteed in de literatuur aan het ontwikkelen van oplosmethoden voor allerlei varianten hierop. Convergente modellen blijken vaak te kunnen worden omgeschreven naar seriële modellen, waarmee ook dit type modellen eenvoudig oplosbaar is. Het vinden van een optimale oplossing voor divergente modellen is moeilijker. Het spreekt voor zich dat het vinden van analytische oplosmethoden voor algemene, hybride modellen helemaal lastig is. De literatuur beperkt zich over het algemeen tot kleine modellen die lijken op het hybride model dat wij onderzocht hebben. Voor een uitgebreidere discussie van de verschillende modellen en verwijzingen naar artikelen waarin deze behandeld worden verwijzen we de lezer naar het overzichtsartikel van Van Houtum, Inderfurth en Zijm [8].

### 5.4 (s,Q)-strategie voor multi-echelon modellen

We kunnen nu voor elke echelon een voorraadbesturingsstrategie definiëren. We kiezen voor echelon  $i$  een  $(s_i, Q_i)$ -strategie. De algemene theorie uit paragraaf 4.3 is toe te passen op multi-echelon modellen door in plaats van met netto en economische voorraden, met netto en economische echelonvoorraden te rekenen. Bestellingen ter grootte  $Q_i$  worden gedaan door het hoogste voorraadpunt in echelon  $i$  wanneer de economische echelonvoorraad onder het bestelniveau  $s_i$  zakt.

Net als in het één-echelon geval kan het doel ook nu zijn dat de totale gemiddelde kosten geminimaliseerd worden. Zoals uitgelegd is in paragraaf 4.2, gebeurt dit door een afweging te maken tussen de verwachte voorraadkosten en de verwachte boetekosten. Dit kan op twee verschillende manieren gedaan worden.

De eerste manier is om hetzelfde principe toe te passen als voor één-echelon gevallen. Deze manier wordt onder andere toegepast in Langenhoff en Zijm [10]. Omdat boetekosten alleen worden opgedaan in de laagstgelegen voorraadpunten, alleen daar treedt immers vraag op, worden aan elke echelon *afgeleide boetekosten* toegekend. Deze zijn op te vatten als de verwachte boetekosten die aan het eind van de keten optreden, als gevolg van het niet op tijd kunnen leveren van het hoogste voorraadpunt in de echelon aan zijn opvolger. Vervolgens kunnen de afgeleide boetekosten afgewogen worden tegen de echelon voorraadkosten, om zodoende een bestelniveau  $s$  voor die echelon vast te stellen.

Een andere manier wordt toegepast in Axsäter [2]. Hierbij wordt vertraging, die is opgelopen door het niet op tijd kunnen leveren van een hoger voorraadpunt aan zijn opvolger, middels boetekosten doorberekend aan het lagere voorraadpunten. Dit gebeurt door een stochastische vertraging op te tellen bij de deterministische aanvultijd van de opvolger van het hogere voorraadpunt. Een product doet er dan gemiddeld langer over om van het hogere naar het volgende voorraadpunt te worden getransporteerd. Wanneer deze redenering wordt doorgezet tot het laagste voorraadpunt, hebben de verwachte vertragingen als gevolg dat er extra verwachte boetekosten optreden in het laagste voorraadpunt. Het verhogen van de bestelniveaus in de diverse echelons gaat deze

verhoging van de verwachte boetekosten tegen, maar heeft extra voorraadkosten als gevolg. Zodoende kan ook op deze manier een evenwicht tussen de verwachte voorraad- en boetekosten gezocht worden.

## 5.5 Boetekosten als stuurparameter voor de servicegraad

Als precies bekend is wat de financiële gevolgen zijn van het niet of te laat leveren van een product aan een klant, kunnen boetekosten gemakkelijk gedefinieerd worden. In veel gevallen is het echter zo dat deze gevolgen niet in geld uitgedrukt worden, maar bijvoorbeeld in verlies van goodwill of imagobeschadiging. In dat geval wordt meestal geprobeerd deze gevolgen te kwantificeren, en er als het ware een 'virtueel prijskaartje' aan te hangen.

Een andere mogelijkheid is dat niet of te laat leveren geen boete oplevert, maar dat er wel een bepaalde servicegraad geëist wordt. In dat geval kunnen boetekosten gebruikt worden als stuurparameter om die servicegraad te realiseren (zie ook Van Houtum, Inderfurth en Zijm [8]). Bij het vaststellen van de optimale bestelniveaus wordt er, zoals in paragraaf 5.4 is beschreven, een afweging gemaakt tussen voorraad- en boetekosten. Worden deze laatste verhoogd, dan zal het aantrekkelijker worden om een hoger bestelniveau aan te houden wanneer de extra voorraadkosten minder zijn dan de te verwachten extra boetekosten als het bestelniveau niet verhoogd wordt. Het gevolg hiervan is dat de kans op naleveringen (en dus op boete) wordt verkleind, waarmee de servicegraad verhoogd wordt. Bij het berekenen van de gemiddelde totale voorraadkosten is het vervolgens niet de bedoeling dat de resulterende boetekosten ook als echte kosten worden meegenomen. Het zijn immers geen echte boetekosten die ook daadwerkelijk aan iemand betaald moeten worden, maar slechts een stuurparameter.

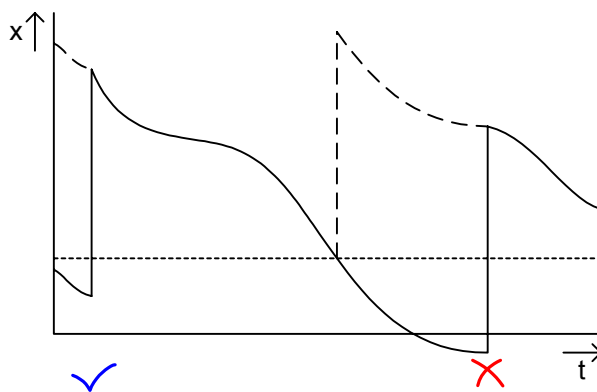
Voor één-echelon modellen is het als stuurparameter gebruiken van de boetekosten over het algemeen niet nodig. Het is mogelijk eenvoudige modellen direct op te lossen, zowel wanneer de verwachte kosten worden geminimaliseerd als wanneer een bepaalde servicegraad wordt geëist (zie bijvoorbeeld Nawijn [11]). Voor grotere en vooral meer complexe multi-echelon modellen is het echter een goede manier om de gewenste bestelniveaus te bepalen.

## 6 Servicegraden

Zoals in paragraaf 4.3 is opgemerkt, hangen de prestaties van een voorraadstelsel in hoge mate af van de definitie die voor de servicegraad wordt gehanteerd. In dit hoofdstuk worden de meest gangbare definities gegeven, en wordt tevens gekeken hoe deze in onze situatie toepasbaar zijn. De definities zijn afkomstig uit Van Goor, Monhemius en Wortmann [6] en Silver, Pyke en Peterson [12].

### 6.1 De $\alpha$ -servicegraad (cycle service level)

De  $\alpha$ -servicegraad of **cycle service level** wordt gedefinieerd als de fractie van het aantal aanvulcycli waarin geen tekort optreedt.



Figuur 6-1:  $\alpha$ -servicegraad (cycle service level)

In Figuur 6-1 is de  $\alpha$ -servicegraad grafisch toegelicht voor het  $(s, Q)$ -model uit paragraaf 4.3. De  $\alpha$ -servicegraad is gelijk aan het aantal vinkjes gedeeld door het aantal vinkjes en kruisjes. In formulevorm is dit gelijk aan

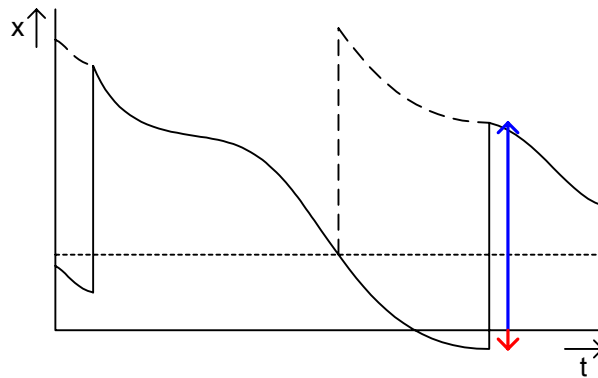
$$1 - \alpha = P(X_L > s) \quad (6-1)$$

Weergegeven is het geval waarin één bestelling tegelijk uitstaat, voor twee bestelcycli. Om een betrouwbare waarde voor de  $\alpha$ -servicegraad te krijgen moet over een langere periode gekeken worden (ideaal gesproken over een oneindig lange tijd). Het aantal bestellingen dat uitstaat is van geen invloed. Voor het berekenen van de  $\alpha$ -leverbetrouwbaarheid wordt immers alleen gebruik gemaakt van de netto voorraad, waarin de uitstaande bestellingen niet zijn opgenomen.

### 6.2 De $\beta$ -servicegraad (fill-rate)

De  $\beta$ -servicegraad of **fill-rate** wordt gedefinieerd als de fractie van de vraag waaraan direct uit de voorraad kan worden voldaan.





**Figuur 6-2:  $\beta$ -servicegraad (fill-rate)**

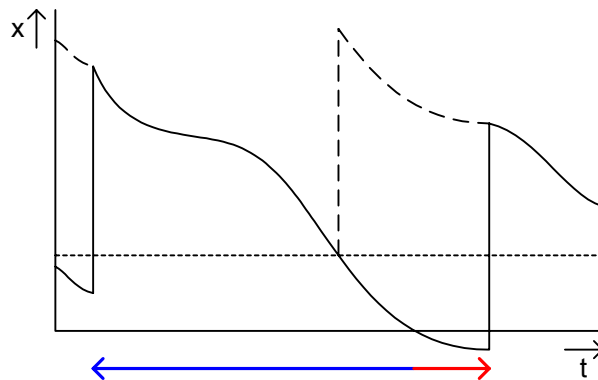
In Figuur 6-2 is de  $\beta$ -servicegraad gelijk aan de gemiddelde lengte van de blauwe pijl gedeeld door de lengte van de hele pijl, gemeten over alle aanvullingen. De lengte van de hele pijl is in dit geval gelijk aan de bestelgrootte  $Q$ . De fill-rate kan gevonden worden volgens de volgende relatie:

$$Q(1 - \beta) = \sum_{k=s+1}^{\infty} (k - s)P(X_L = k). \quad (6-2)$$

Als elke klant precies één product vraagt, kunnen we de fill-rate ook zien als het gemiddelde percentage klanten aan wie meteen geleverd wordt. Ook voor ingewikkelde multi-echelon modellen, waarbij het niet mogelijk is om een aanvulcyclus te definiëren voor het eindproduct, kan de fill-rate bepaald worden door dit percentage te berekenen.

### 6.3 De Ready Rate

De **ready rate** is de fractie van de tijd waarin de netto voorraad positief is.



**Figuur 6-3: Ready rate**

In Figuur 6-3 is de ready rate gelijk aan de gemiddelde lengte van de blauwe pijl gedeeld door de gemiddelde lengte van de hele pijl. Deze laatste is gelijk aan de gemiddelde tijd tussen twee opeenvolgende aanvullingen, dat wil zeggen de gemiddelde tijd die een aanvulcyclus in beslag neemt. In formulevorm:

$$\text{Ready Rate} = P(X \geq 0) \quad (6-3)$$

De ready rate lijkt veel op de  $\beta$ -servicegraad. In het geval dat de vraag wordt beschreven door een Poisson-aankomstproces zijn beide servicegraden equivalent, dat wil zeggen dat de  $\beta$ -servicegraad gelijk is aan de ready rate bij gegeven bestelniveau  $s$  (zie Silver, Pyke en Peterson [12]).

## 6.4 Keuze van de servicegraad

De  $\alpha$ -servicegraad is de 'strengste' van de drie die in dit hoofdstuk besproken zijn. Immers, wanneer gedurende slechts een klein deel van een bestelcyclus de voorraad negatief is, is meteen de hele periode 'fout'. Dit heeft tot gevolg dat de kans dat een klant zijn bestelling meteen meekrijgt (deze wordt gegeven door de fill-rate) in het algemeen groter is dan de  $\alpha$ -servicegraad.

De  $\alpha$ -servicegraad is bovendien goed bruikbaar in het geval dat de klanttevredenheid afneemt naarmate er langer op het bestelde product gewacht moet worden. Vergelijken we hem met de ready rate, dan zien we dat een hoge  $\alpha$ -servicegraad er voor zorgt dat tijdens het grootste deel van de aanvulcyclus de voorraad helemaal niet negatief wordt. De rode pijl in Figuur 6-3 heeft dan lengte nul, wat resulteert in een ready-rate die in het algemeen groter is dan de  $\alpha$ -servicegraad. Wanneer we gelijke niveaus voor beide servicegraden met elkaar vergelijken, zal de gemiddelde wachttijd voor een klant in het geval dat we de ready-rate gebruiken dan ook hoger zijn dan wanneer we de  $\alpha$ -servicegraad gebruiken.

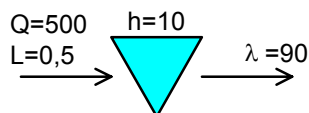
Een nadeel van de  $\alpha$ -servicegraad is dat deze geen betekenis heeft voor klanten, omdat die niet zullen begrijpen wat de aanvulcyclus is. Het is een servicegraad die vanuit het systeem geredeneerd is, niet vanuit de klant.

Wij geven er toch de voorkeur aan om de  $\alpha$ -servicegraad te gebruiken. Een reden hiervoor is dat de tijd die een klant moet wachten op levering van zijn bestelling voor KPN vaak wel uitmaakt. Het kan zelfs zo zijn dat er een (bijvoorbeeld door de OPTA opgelegde) boete moet worden betaald voor elke dag dat een product niet geleverd is.

Een tweede reden lichten we in het volgende voorbeeld toe.

### 6.4.1 Voorbeeld

Stel we hebben een één-echelon model waarbij de vraag beschreven wordt door een Poisson-aankomstproces met parameter  $\lambda=90$  producten per jaar. De aanvultijd  $L$  van het voorraadpunt is 0,5 jaar, en de bestelgrootte  $Q$  is 500 producten. Er zijn geen vaste bestelkosten, en de voorraadkosten  $h$  in het voorraadpunt zijn 10 gulden per jaar.



Figuur 6-4: Voorbeeld één-echelon systeem

We willen een servicegraad realiseren van 90%, en werken dit uit voor de  $\alpha$ - en  $\beta$ -servicegraad (deze laatste is gelijk aan de ready rate omdat we te maken hebben met een Poisson-aankomstproces).

#### $\alpha$ -servicegraad

Om 90% servicegraad te realiseren, mag slechts tijdens 1 op de 10 aanvulcyclus de voorraad opraken. We berekenen dus  $s$  die voldoet aan  $P(Y_L > s) = 1 - P(Y_L \leq s) = 0,1$  met de

vraag gedurende een aanvultijd  $Y_L \sim \text{Poisson}(45)$ . De kleinste  $s$  die hieraan voldoet is  $s=55$ .

### **$\beta$ -servicegraad**

Zoals gesteld is in paragraaf 6.3 is in het geval van een Poisson-aankomstproces de  $\beta$ -servicegraad gelijk aan de ready rate. Volgens Nawijn [11] is de steady state kans dat het systeem leeg is gelijk aan

$$P(X \leq 0) = \frac{1}{Q} \sum_{j=s+1}^{s+Q} P(Y_L \geq j), \quad (6-4)$$

waarbij  $X$  het niveau van de netto voorraad is en  $Y_L$  de vraag gedurende een aanvultijd  $L$ . De kleinste  $s$  waarvoor geldt dat  $P(X \leq 0) \leq 0,1$  is  $s=0$ . Dit betekent dat we pas hoeven bij te bestellen als we geen voorraad meer hebben. Het verwachte aantal klanten gedurende een aanvultijd is gelijk aan  $L \cdot \lambda = 0,5 \cdot 90 = 45$ . Deze zullen dus allemaal op hun bestelling moeten wachten.

Omdat we te maken hebben met een Poisson-aankomstproces, is de gemiddelde wachttijd van de klanten die niet direct hun bestelling meekrijgen gelijk aan de halve aanvultijd. Bovendien is het zo, dat de eerste klant die aankomt nadat de aanvulling is besteld ook meteen bijna een hele aanvultijd, een half jaar, moet wachten op zijn bestelling. Dit is erg lang vergeleken met het grootste deel van de klanten dat zijn product meteen krijgt.

Hier staat tegenover dat de voorraadkosten in dit geval lager zijn dan die in het geval van de  $\alpha$ -servicegraad.

### **Vergelijking**

In het geval dat de vraag naar producten gedurende een aanvultijd klein is ten opzichte van de bestelgrootte, maar de aanvultijd groot is, lijkt het verstandig de  $\alpha$ -servicegraad te gebruiken. Dit is zeker het geval wanneer het niet acceptabel is dat er grote verschillen optreden tussen de wachttijden van verschillende klanten.

## 7 Basismodel

### 7.1 Inleiding

We willen een model opstellen voor de voorraadbesteding van apparatuur en de bijbehorende kaarten in een centralegebouw. In dit hoofdstuk wordt het doel van deze voorraadbesteding specifieker vastgesteld. Vervolgens doen we een aantal aannames die ons in staat stellen een basismodel op te stellen, dat past binnen het kader van de theorie die geschetst is in hoofdstukken 4 en 5. Hierna wordt een modelleerstep beschreven die we in het verdere onderzoek hebben toegepast. We sluiten het hoofdstuk af met een kort overzicht van de twee manieren waarop we het basismodel vervolgens aanpakken.

### 7.2 Doel

Zoals in de inleiding van dit verslag is gesteld, voeren we een studie uit naar de mogelijkheden die multi-echelon voorraadbesteding biedt voor het besturen van de voorraad transmissie-apparatuur in het UTN. Hiertoe modelleren we één centralegebouw.

Het doel is om een model te vinden dat handzaam is, en ons inzicht geeft in de processen die spelen en de onderlinge relaties tussen de diverse parameters. Het doel van de strategie die we toepassen op het model is het vinden van een (bijna) optimale oplossing die voldoet aan een bepaalde servicegraad voor UTN-verbindingen, tegen minimale gemiddelde voorraadkosten. We veronderstellen dat de vaste bestelkosten gelijk aan nul zijn. Het geval dat de bestelkosten ongelijk aan nul zijn, is een relevant onderwerp voor een vervolgonderzoek.

### 7.3 Aannames

#### Producten

We leveren alleen terminerende 2 Mbps-TF-verbindingen, in een centralegebouw op een UTN-H-locatie. We beschouwen verbindingen tussen het centralegebouw waarvan de voorraad apparatuur en kaarten wordt bestuurd, en twee andere centralegebouwen op verschillende geografische locaties. Met andere woorden, er worden verbindingen in twee richtingen geleverd.

#### Overvloedige capaciteit

We willen ons beperken tot het besturen van de voorraad apparatuur en kaarten. Deze moeten natuurlijk ergens geplaatst worden, en bovendien moeten ze op kabels worden aangesloten. Om niet beperkt te worden door het eventueel niet beschikbaar zijn van plaats en/of kabels doen we de volgende aannames:

- er is altijd genoeg ruimte in de centralegebouwen;
- er is altijd genoeg ruimte op de verdelers;
- er is altijd genoeg glasvezelkabel tussen alle centralegebouwen;
- er is altijd genoeg kabel voor de in-house bekabeling.

#### ADM's

In een nieuwe ADM worden bij levering direct beide kaarten aan de 2,5 Gbps-kant geplaatst, en deze worden afgewerkt op de verdeler. Bovendien wordt de ADM aan een glasvezelring gekoppeld. Zo'n ring verbindt het centralegebouw met een aantal andere

centralegebouwen. Dit betekent automatisch dat de ADM direct wordt toegekend aan een specifieke geografische richting.

### DXC's

De voorraad DXC's wordt niet bestuurd, aangezien een DXC een zeer grote capaciteit heeft ten opzichte van ADM's en TMX-en. We veronderstellen daarom een oneindige capaciteit aan ruimte in DXC's, en bovendien wordt aangenomen dat er altijd genoeg nog niet gebruikte kaarten in de DXC's zitten.

### TMX-en

In een TMX wordt bij levering direct de kaart aan de 155 Mbps-kant geplaatst, en deze wordt afgewerkt op de verdeler. Bovendien wordt de TMX aan de DXC gekoppeld. Omdat de DXC kan routeren op 2 Mbps-niveau, blijft niet-gebruikte capaciteit van een TMX altijd voor beide geografische richtingen inzetbaar.

### Kaarten

Kaarten worden bij levering direct in een apparaat geplaatst en afgewerkt op de verdeler. Er liggen dus geen kaarten nog ongebruikt op een schap. Bovendien worden de 155 Mbps-paden die uit een ADM komen meteen aan de DXC gekoppeld.

### Bestelkosten

We veronderstellen alleen variabele bestelkosten voor ADM's, TMX-en en kaarten. De voor de hand liggende interpretatie hiervan is dat het de kostprijzen van de artikelen zijn. We nemen aan dat de bestelkosten lineair in de hoeveelheid zijn. Hierdoor spelen ze in de bepaling van een optimale voorraadstrategie geen rol aangezien aan alle vraag voldaan wordt.

Er worden geen vaste bestelkosten verondersteld. De eventuele besparingen die blijken uit onze analyse zullen in een verder onderzoek moeten worden afgewogen tegen de beschikbare arbeidscapaciteit.

### Voorraadkosten

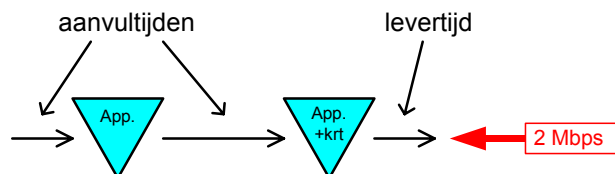
We kennen voorraadkosten toe aan apparaten en kaarten die ofwel nog helemaal niet gebruikt worden, ofwel nog niet helemaal gebruikt worden. Het laatste treedt bijvoorbeeld op wanneer een ADM nog niet volledig gevuld is met kaarten, of wanneer een kaart nog niet in het maximaal mogelijke aantal verbindingen is opgenomen. De voorraadkosten per 2 Mbps-eenheid en per tijdseenheid zijn constant.

### Vraagproces

We bekijken de situatie waarin er vraag optreedt naar 2 Mbps-verbindingen vanuit een centralegebouw in twee mogelijke geografische richtingen, A en B. Beide vraagprocessen worden stationair stochastisch en onderling onafhankelijk verondersteld. Het eerste wil zeggen dat de karakteristieken van de vraag niet veranderen in de tijd, het tweede dat er geen verband is tussen het optreden van vraag naar verbindingen in richting A, en vraag naar verbindingen in richting B. We nemen aan dat de vragen worden beschreven door Poisson-processen met intensiteiten  $\lambda_A$  respectievelijk  $\lambda_B$ .

### Aanvultijden en levertijden

Voor de duidelijkheid geven we in Figuur 7-1 aan waar aanvultijden en de levertijd zijn terug te vinden in het 2-echelon geval.



Figuur 7-1: Aanvultijden en levertijd

We veronderstellen dat zowel de aanvul- als levertijden deterministisch zijn. In het geval van een aanvultijd betekent dit dat een vaste tijd nadat een aanvulling is besteld deze bij het voorraadpunt binnenkomt. Voor een levertijd betekent het dat de klant een vaste tijd op zijn bestelling moet wachten.

Het leveren van een verbinding houdt hier in dat de klant gekoppeld wordt aan de 2 Mbps-verdeler, en dat de softwarematige koppeling gemaakt wordt om de verbinding daadwerkelijk mogelijk te maken. "Meteen leveren" betekent dat de klant niet langer op zijn verbinding hoeft te wachten dan de deterministische tijd die nodig is om deze twee koppelingen te verrichten. Wanneer gesproken wordt van het "niet op tijd" of "niet direct" kunnen leveren, wordt bedoeld dat de klant langer dan de levertijd op zijn product moet wachten.

### **Servicegraad**

Verbindingen die niet meteen geleverd kunnen worden, worden nageleverd. Voor beide richtingen moet aan een bepaalde servicegraad worden voldaan. In hoofdstuk 6 wordt uitgelegd aan welke servicegraad wij de voorkeur geven.

## **7.4 Het tellen van voorraad**

Standaard multi-echelon voorraadbesturing heeft vaak te maken met concrete producten: van vier poten en een blad maakt men een tafel. Er wordt een voorraad poten en een voorraad bladen aangehouden, en het productieproces is het samenvoegen van deze elementen tot het eindproduct.

In ons geval is het wat lastiger om voorraad te tellen. Het is namelijk niet zo dat voor elke verbinding een ADM nodig is, of een TMX. Een verbinding legt maar beslag op een gedeelte van een apparaat of een kaart. We modelleren dit door alle componenten te tellen in 2 Mbps-verbindingseenheden. Een TMX biedt bijvoorbeeld plaats aan 63 2 Mbps-verbindingen, dus we stellen één TMX gelijk aan 63 2 Mbps-eenheden. Analog is een kaart in een TMX equivalent met 21 eenheden, een kaart in een ADM met  $2 \times 63 = 126$  eenheden en een ADM met  $8 \times 126 = 1008$  eenheden.

Hierbij moet direct worden opgemerkt dat één 2 Mbps-eenheid aan TMX-en in de werkelijkheid niets is. Dat wil zeggen, het is onmogelijk om bij de leverancier één 2 Mbps-eenheid TMX-en te bestellen, dit kan alleen per bestelhoeveelheid van 63 stuks. Het gaat dus puur om een rekeneenheid, die het mogelijk maakt voorraadbesturingstheorie toe te passen op het UTN.

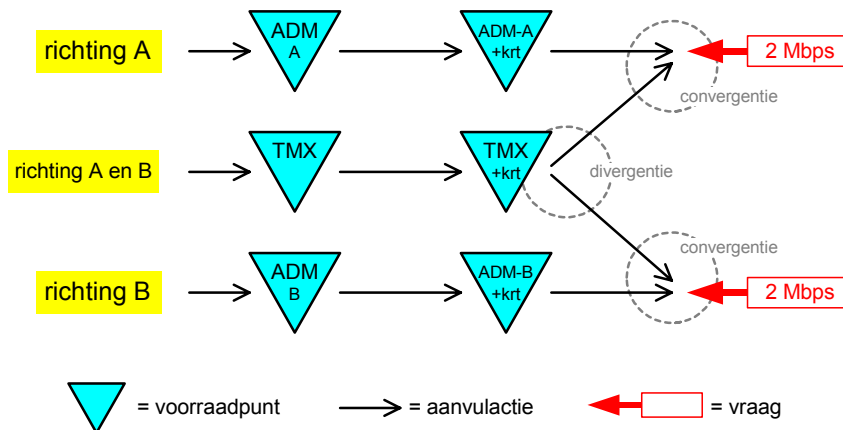
Deze manier van tellen verklaart ook direct de opmerking die in paragraaf 4.2 gemaakt is bij de keuze voor een (s,Q)-strategie. Er wordt per één apparaat of kaart aangevuld. Dit mogen we ten eerste aannemen omdat we de vraag als Poisson-proces modelleren. Dit betekent dat elke klant precies één product vraagt, en dat de economische echelonvoorraad na het plaatsen van een bestelling ter grootte Q altijd groter zal zijn dan s. Ten tweede mag het omdat we geen vaste bestelkosten veronderstellen. De motivatie om een veelvoud van Q te bestellen zou zijn dat de extra voorraadkosten die gemaakt worden doordat producten langer op voorraad liggen, opwegen tegen de besparing die het minder vaak bestellen met zich meebrengt. Wanneer de vaste bestelkosten gelijk aan nul zijn, is deze besparing ook gelijk aan nul en zou een veelvoud van Q bestellen alleen extra voorraadkosten met zich meebrengen, terwijl we juist de totale kosten willen minimaliseren. We nemen daarom aan dat voor elk voorraadpunt Q vaststaat, en gelijk is één van de in de vorige paragraaf genoemde hoeveelheden.

## **7.5 Beschrijving van het model**

Met behulp van bovenstaande aannames kunnen we een model opstellen voor de voorraadbesturing van apparatuur in een centralegebouw.

Uit de aannames is af te leiden dat er twee soorten acties plaatsvinden. De eerste is het plaatsen en afwerken van ADM's en TMX-en, de tweede het plaatsen en afwerken van

kaarten hierin. In Figuur 7-2 is het resulterende model schematisch weergegeven. De bovenste twee driehoeken zijn de voorraadpunten voor ADM's in de richting A. Het rechter voorraadpunt bevat ruimte op kaarten die in de ADM's geplaatst zijn, het linker ruimte in ADM's die nog niet voorzien is van kaarten. De onderste twee driehoeken geven hetzelfde weer voor richting B, en de middelste twee voor TMX-en. Vraag naar ADM's volgt uit vraag naar verbindingen in de geografische richting waarin de ADM's zijn gekoppeld. De vraag naar TMX-en is afkomstig uit beide richtingen.



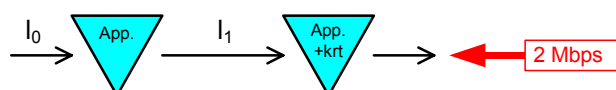
**Figuur 7-2: Schematische weergave van het model**

We zien dat ADM's en TMX-en eerst geplaatst en afgewerkt worden, en er zodoende voorraad wordt opgebouwd. Bovendien worden de ADM's meteen in een bepaalde richting gekoppeld. Vervolgens worden in de apparaten kaarten geplaatst en afgewerkt. Merk op dat er op dit moment dus al een fysiek pad bestaat van de GVK tot aan de 2 Mbps-verdeler. Immers, aan de GVK is een ADM gekoppeld, de kaarten hierin zijn afgewerkt en gekoppeld aan de DXC waaraan ook de TMX is gekoppeld, en waarin kaarten zitten die zijn afgewerkt op de 2 Mbps-verdeler. Wanneer er nu vraag optreedt naar een 2 Mbps-verbinding hoeft er alleen nog een kabel getrokken te worden tussen de 2 Mbps-verdeler en de betreffende klant. Deze actie wordt weergegeven door de twee convergente delen aan de rechterkant in het diagram.

Het flexibel inzetbaar zijn van de TMX-en wordt weergegeven door het divergente deel in het diagram. Een kaart in een TMX kan immers een vrije plaats leveren aan zowel richting A als richting B.

## 7.6 Modelling van aanvultijden

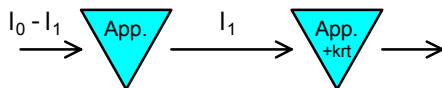
Om te beginnen willen we een extra aanname introduceren, namelijk dat in een nieuw apparaat direct één kaart geplaatst wordt. In de praktijk is dit wenselijk, omdat een apparaat zonder kaarten niet bruikbaar is. Het direct plaatsen van een kaart levert bovendien het voordeel op dat de kaart door dezelfde monteur geplaatst kan worden als die het apparaat neerzet.



**Figuur 7-3: Serieel submodel: één apparaat**

Stel dat de aanvultijd van een apparaat  $l_0$  is, en het plaatsen van een kaart in een apparaat een tijd  $l_1$  duurt. Het model in Figuur 7-3 voldoet dan niet om het hierboven genoemde systeem te beschrijven. Nu duurt het namelijk nog een periode  $l_1$  nadat het apparaat geplaatst is voordat de eerste kaart erin geplaatst wordt.

In feite willen we dat de eerste kaart geplaatst wordt na een aanvultijd die gelijk aan nul is, en elke volgende kaart gewoon na een aanvultijd gelijk aan  $l_1$ . Dit is te modelleren door op de levertijd  $l_0$  van een apparaat de levertijd  $l_1$  van een kaart in mindering te brengen, zie Figuur 7-4.



**Figuur 7-4: Aangepaste levertijden**

Nu is het inderdaad zo dat we, wanneer we een nieuw apparaat bestellen, na een tijd  $l_0$  een apparaat+kaart hebben, en dat het plaatsen van volgende kaarten een tijd  $l_1$  kost. Dit aangepaste model suggereert echter dat een apparaat al na een tijd  $l_0 - l_1$  geleverd wordt, terwijl dit in de praktijk een tijd  $l_0$  duurt. Dit wordt opgelost door het voorraadpunt voor apparaten als een 'virtueel' voorraadpunt te zien. Dit mag, omdat apparaten zonder kaart toch niet voor andere doeleinden gebruikt worden dan om er kaarten in te plaatsen.

Een tweede voordeel is dat het ook mogelijk wordt dat *volgende* kaarten al besteld worden wanneer het apparaat zelf er nog niet is. De aanvultijd van het voorraadpunt "App.+krt" (de tijd tussen het bestellen en het plaatsen van de kaart) wordt voornamelijk veroorzaakt door administratieve procedures, we nemen dan ook aan dat de plaatsing zelf van de kaart geen tijd kost. Het apparaat is dan zelf niet nodig tijdens de aanvultijd, pas aan het eind moet het aanwezig zijn zodat de kaart erin geplaatst kan worden.

Bovenstaande modelaanpassing heeft ook als gevolg dat er uiteindelijk teveel voorraadkosten worden betaald. Immers, een apparaat bevindt zich al  $l_1$  periodes vóór de feitelijke levering (en dus voordat er feitelijk voorraadkosten worden gemaakt) in het virtuele voorraadpunt. Omdat echter de gemiddelde vraag per aanvulperiode constant is, en er geen vraag verloren gaat, is dit een constante term ter grootte  $(D/Q_0) \cdot l_1 \cdot h_0$ , waarbij  $D$  de vraag per jaar is,  $Q_0$  de bestelgrootte van het virtuele voorraadpunt en  $h_0$  de voorraadkosten in het virtuele voorraadpunt. Deze factor heeft dus geen invloed op de optimale bestelniveaus.

## 7.7 Aanpak van het basismodel

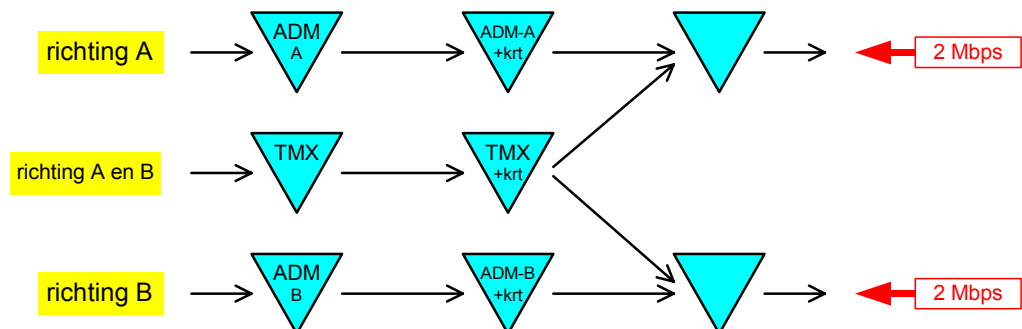
In de volgende hoofdstukken pakken we het basismodel op twee verschillende manieren aan. We beginnen in hoofdstuk 8 met een aanpak om het basismodel in z'n geheel te besturen. Hiertoe bekijken we of een bestaande methode uit de theorie aangepast kan worden aan ons model. Vervolgens kijken we in hoofdstuk 9 naar een benadering van het model, die inhoudt dat het model wordt opgesplitst in drie seriële sub-modellen. De geldigheid en prestatie van deze opsplitsing wordt tot slot onderzocht met behulp van simulatie in hoofdstuk 10.



## 8 Hybride model

### 8.1 Inleiding

Axsäter heeft in [1] en [2] een methode gegeven om de verwachte gemiddelde kosten per tijdseenheid van een divergent twee-echelon systeem te berekenen. Hij bekijkt dus een systeem met één centraal magazijn, en  $N$  verkooppunten. Wanneer we in het model in Figuur 7-2 daar waar vraag optreedt een extra voorraadpunt zouden invoegen (resultierend in Figuur 8-1), heeft het submodel dat bestaat uit het 'TMX+krt' voorraadpunt plus deze extra voorraadpunten precies die vorm met  $N=2$ .



Figuur 8-1: Hybride model met extra voorraadpunten

Het totale model heeft echter twee kenmerken die het model van Axsäter niet heeft. Ten eerste heeft elk verkooppunt, naast het 'TMX+krt' voorraadpunt, nog een 'ADM+krt' voorraadpunt als voorganger (de convergentie in het model).

Daarnaast hebben we te maken met een drie-echelon model, omdat elk voorraadpunt '(apparaat)+krt' een voorganger heeft die de voorraad aan apparaten zonder kaart bevat.

In paragraaf 8.2 zal eerst uitgelegd worden wat het principe achter de methode van Axsäter is, vervolgens worden de twee aanpassingen van de methode ten behoeve van ons model beschreven. In paragraaf 8.5 tenslotte wordt de aangepaste methode en haar bruikbaarheid geëvalueerd.

### 8.2 De methode van Axsäter

De methode van Axsäter is een methode om de kosten van een divergent twee-echelon systeem te berekenen. Dit wordt gedaan door een vraag naar een eindproduct te bekijken, en te berekenen wat de verwachte bijdrage aan de totale kosten is die de levering van dit product met zich meebrengt. De vraag naar het eindproduct veroorzaakt uiteindelijk de bestelling van zijn componenten aan het begin van de keten. Wanneer nu deze componenten het systeem doorlopen, zullen ze een bijdrage aan de voorraad- en wellicht ook boetekosten leveren. Er wordt dus als het ware een prijskaartje aan de componenten en uiteindelijk aan het eindproduct gehangen. Vervolgens kunnen deze

verwachte kosten vermenigvuldigd worden met de verwachte vraag per jaar om de verwachte kosten per jaar te vinden.

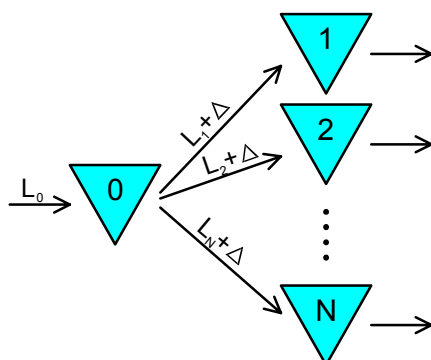
De berekening van de kosten vindt als volgt plaats. In Axsäter [1] wordt een divergent twee-echelon model bestuurd met een  $(s_i, Q_i)$ -strategie voor elk voorraadpunt  $i$  ( $i=0, \dots, N$ ) met  $Q_i=1$  voor alle  $i$ . Dit wordt vaak aangeduid als een  $(S_i-1, S_i)$ -strategie, waarbij  $S_i=s_i+1$  het **order-up-to-level** wordt genoemd. Zodra er dus vraag (ter grootte 1 omdat we een Poisson-vraagproces veronderstellen) is geweest naar een product in een voorraadpunt, wordt meteen een bestelling (ter grootte 1) geplaatst om de voorraad weer aan te vullen. Het artikel geeft een methode om voor systemen die op deze manier worden bestuurd de verwachte totale voorraad- en boetekosten te bepalen.

In Axsäter [2] wordt vervolgens een methode gegeven om, gebruik makend van de strategie uit Axsäter [1], de verwachte totale voorraad- en boetekosten te bepalen voor divergente twee-echelon modellen die bestuurd worden met een algemene  $(s_i, Q_i)$ -strategie voor elk voorraadpunt  $i$  ( $i=1, \dots, N$ ).

### 8.2.1 Berekening van boete- en voorraadkosten

De berekening van de boetekosten in Axsäter [1] gebeurt door de vertraging die een component oploopt in een hogere echelon door te berekenen aan de lagere echelon. In Figuur 8-2 is dit weergegeven voor een divergent 2-echelon systeem met een magazijn (voorraadpunt 0) en  $N$  verkooppunten. Voor voorraadpunt  $i$  rekenen we een deterministische levertijd  $L_i$  plus een stochastische vertraging  $\Delta$ . Deze is positief als het magazijn leeg is wanneer de bestelling bij het magazijn geplaatst wordt.

Dit laatste vindt plaats wanneer te vroeg vraag optreedt naar een component die in die aanvulling zit. Met ander woorden, er treedt vertraging op wanneer er tijdens een aanvullijd  $L_0$  van het magazijn, bij het magazijn meer dan  $S_0$  producten gevraagd worden. De gevolgde strategie zorgt er namelijk voor dat een aanvulling die op tijdstip  $t$  door het magazijn besteld wordt, gebruikt wordt om te voldoen aan de  $(S_0+1)$ -ste vraag na dit tijdstip. Wanneer deze vraag optreedt vóór  $t+L_0$ , is de bedoelde aanvulling nog niet binnen en zal er gewacht moeten worden tot dit wel het geval is. Hiervoor wordt de stochastische vertraging  $\Delta$  gebruikt, de aanvullijd van voorraadpunt  $i$  (het verkooppunt waarvoor het product bedoeld is) wordt dan gelijk aan  $L_i+\Delta$ .



Figuur 8-2: Model van Axsäter: doorberekenen van vertraging

Uiteindelijk veroorzaakt een eindproduct een bijdrage aan de totale kosten in het magazijn en in het verkooppunt. Deze twee kosten zijn door Axsäter in aparte vergelijkingen ondergebracht. In het magazijn worden alleen voorraadkosten veroorzaakt. Deze moeten betaald worden wanneer het artikel pas gevraagd wordt door een verkooppunt nadat het al in het magazijn is aangekomen, en daar dus tot de vraag optreedt op voorraad blijft liggen. De verwachte bijdrage aan de voorraadkosten ten gevolge van het verblijf van het product in het magazijn dat bestuurd wordt volgens een  $(S_0-1, S_0)$ -strategie  $\gamma(S_0)$  zijn gelijk aan

$$\gamma(S_0) = h_0 \int_{L_0}^{\infty} g_0^{S_0}(s)(s - L_0) ds \quad (8-1)$$

waarbij  $h_0$  de voorraadkosten per product per tijdseenheid in het magazijn zijn,  $L_0$  de aanvultijd van het magazijn is, en  $S_0$  het order-up-to-level van het magazijn. De functie  $g_i^{S_i}(t)$  is de kansdichtheid van de Erlang( $\lambda_i, S_i$ )-verdeling

$$g_i^{S_i}(t) = \frac{\lambda_i^{S_i} t^{S_i-1}}{(S_i - 1)!} e^{-\lambda_i t} \quad (i = 0, \dots, N) \quad (8-2)$$

waarbij  $\lambda_i$  de vraagintensiteit is bij voorraadpunt  $i$  is, en  $\lambda_0 = \sum_{i=1}^N \lambda_i$ .

De bijdrage aan de kosten in het verkooppunt die het product veroorzaakt zijn als volgt te bepalen. We maken onderscheid tussen de situatie dat de vraag naar het product optreedt vóórdat het het verkooppunt heeft bereikt, of erna. In het eerste geval moeten er boetekosten betaald worden, in het tweede geval voorraadkosten. Het product bereikt het verkooppunt na een aanvultijd  $L_i + \Delta$  vanuit het magazijn. Aangezien deze  $\Delta$  stochastisch is, bepalen we eerst de conditionele bijdrage aan de kosten voor  $\Delta = t$ :

$$\pi_i^{S_i}(t) = \beta_i \int_0^{L_i+t} g_i^{S_i}(s)(L_i + t - s) ds + h_i \int_{L_i+t}^{\infty} g_i^{S_i}(s)(s - L_i - t) ds \quad (8-3)$$

$$\pi_i^0(t) = \beta_i (L_i + t) \quad (8-4)$$

waarbij  $\beta_i$  de boete- en  $h_i$  de voorraadkosten zijn per product per tijdseenheid in verkooppunt  $i$ , en  $L_i$  en  $S_i$  de aanvultijd en het order-up-to-level van verkooppunt  $i$  zijn.

De kansverdeling  $f(t)$  van  $\Delta$  voor  $0 \leq \Delta \leq L_0$  en  $S_0 > 0$  wordt gegeven door

$$f(t) = g_0^{S_0}(L_0 - t) = \frac{\lambda_0^{S_0} (L_0 - t)^{S_0-1}}{(S_0 - 1)!} e^{-\lambda_0(L_0-t)}, \quad (8-5)$$

dit is de kans dat er precies na een tijd  $L_0 - t$ , in totaal een vraag  $S_0$  is opgetreden, en

$$P(\Delta = 0) = \sum_{k=0}^{S_0-1} \frac{\lambda_0^k L_0^k}{k!} e^{-\lambda_0 L_0} = 1 - G_0^{S_0}(L_0). \quad (8-6)$$

Hiermee kunnen we de verwachte bijdrage aan de kosten in het verkooppunt van een product  $\Pi_i^{S_i}(S_0)$  bepalen:

$$\Pi_i^{S_i}(S_0) = \int_0^{L_0} g_0^{S_0}(L_0 - t) \pi_i^{S_i}(t) dt + (1 - G_0^{S_0}(L_0)) \pi_i^{S_i}(0) \quad (8-7)$$

De gemiddelde totale kosten van het systeem  $C(S_0, S_1, \dots, S_N)$  zijn nu gelijk aan

$$C(S_0, S_1, \dots, S_N) = \sum_{i=1}^N \lambda_i \Pi_i^{S_i}(S_0) + \lambda_0 \gamma(S_0). \quad (8-8)$$

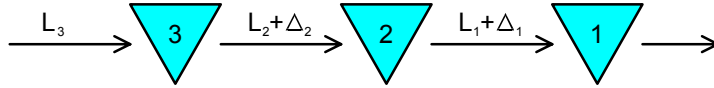
Voor de methode die in Axsäter [2] is beschreven en waarmee vervolgens de verwachte totale kosten voor algemene  $(s_i, Q_i)$ -strategieën bepaald kunnen worden verwijzen we de lezer naar Appendix A.1.

### 8.3 Drie echelons: extra voorganger van het magazijn

In deze paragraaf beschrijven we de eerste aanpassing die we aan de methode van Axsäter willen doen, en wel het introduceren van een extra voorganger vóór het magazijn

en vervolgens het berekenen van de nieuwe bijdrage aan de kosten die een eindproduct levert.

Om het model uit te breiden met een extra voorraadpunt vóór het magazijn, passen we eerst vergelijking (8-1) aan, en introduceren we een soortgelijke vergelijking voor het extra voorraadpunt.



**Figuur 8-3: Serieel submodel met extra voorraadpunt**

In Figuur 8-3 is het seriële submodel weergegeven van de route die een product volgt, en zijn de voorraadpunten hernummerd. Het nieuwe voorraadpunt heeft nummer 3, het 'oude' magazijn nummer 2 en het verkooppunt nummer 1. We zien nu dat voorraadpunt 2 niet meer een aanvultijd van  $L_2$  heeft, maar dat deze vermeerderd kan worden met een vertraging  $\Delta_2$  wanneer voorraadpunt 3 leeg raakt. We kunnen nu conditioneren op  $\Delta_2=t$ , analoog aan de redenering die gevolgd is voor het opstellen van vergelijking (8-3) voor de kosten bij het verkooppunt. De verwachte conditionele bijdrage aan de voorraadkosten in voorraadpunt 2 gegeven  $\Delta_2=t$  wordt dan

$$\gamma_2^{S_2}(t) = h_2 \int_{L_2}^{\infty} g_2^{S_2}(s)(s - L_2 - t) ds. \quad (8-9)$$

Bij de conditionering kunnen we analoog redeneren aan de afleiding van (8-7). We weten dat  $0 \leq \Delta_2 \leq L_3$ , dus we vinden

$$\Gamma_2(S_2) = \int_0^{L_3} g_3^{S_3}(L_3 - t) \gamma_2^{S_2}(t) dt \quad (8-10)$$

waarbij de kansverdeling  $g_3^{S_3}(L_3 - t)$  voor  $0 \leq \Delta_2 \leq L_3$

$$g_3^{S_3}(L_3 - t) = \frac{\lambda_3^{S_3} (L_3 - t)^{S_3 - 1}}{(S_3 - 1)!} e^{-\lambda_3(L_3 - t)} \quad (8-11)$$

$$P(\Delta_2 = 0) = \sum_{k=0}^{S_3 - 1} \frac{\lambda_3^k L_3^k}{k!} e^{-\lambda_3 L_3} \quad (8-12)$$

analoog aan vergelijkingen (8-5) en (8-6).

Voor het nieuwe voorraadpunt 3 is de op te stellen vergelijking eenvoudig, deze is namelijk compleet analoog aan de oorspronkelijke vergelijking voor het magazijn, dus

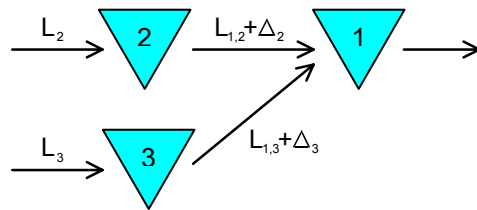
$$\gamma(S_3) = h_3 \int_{L_3}^{\infty} g_3^{S_3}(s)(s - L_3) ds. \quad (8-13)$$

Naast aanpassing van de vergelijkingen voor voorraadpunten 2 en 3 moeten we ook nog kijken naar de vergelijking voor de kosten bij het verkooppunt. De redenering die in Axsäter [1] wordt gehanteerd om deze vergelijking af te leiden geldt nog steeds, behalve dat de kansverdeling van  $\Delta_1$  veranderd is. Immers, de aanvultijd van het magazijn is niet meer gelijk aan  $L_0$  maar aan  $L_2 + \Delta_2$ . Dit resulteert in de volgende kansverdeling  $f(t)$  voor  $\Delta_1$ :

$$f(t) = g_2^{S_2}(L_2 + s - t) = \int_0^{L_3} g_3^{S_3}(s) \frac{\lambda_2^{S_2} (L_2 + s - t)^{S_2 - 1}}{(S_2 - 1)!} e^{-\lambda_2(L_2 - t)} ds. \quad (8-14)$$

## 8.4 Extra voorganger van het verkooppunt

In Figuur 8-4 is het convergente submodel weergegeven met verkooppunt 1 dat bevoorradt wordt door voorraadpunten 2 en 3.



**Figuur 8-4: Convergent submodel**

De complicerende factor is in dit geval dat in voorraadpunt 1 zowel vertraging kan optreden als gevolg van het leeg zijn van voorraadpunt 2, alsook van het leeg zijn van voorraadpunt 3. We zullen eerst de verschillende mogelijkheden wat nader bekijken.

In feite zijn er drie verschillende situaties denkbaar met betrekking tot het moment van levering van de aanvulling uit voorraadpunt 2, het moment van levering van de aanvulling uit voorraadpunt 3 en het moment van het optreden van de vraag naar het eerste product dat uit de aanvulling geleverd zal worden. Met  $t_{vraag}$  duiden we dit laatste tijdstip aan, en met  $t_{aan,i}$  het tijdstip waarop de aanvulling uit voorraadpunt  $i$  wordt geleverd. We nemen aan dat de levertijden  $L_{1,2}$  en  $L_{1,3}$  gelijk zijn, zodat de bestellingen tegelijk aankomen wanneer er geen vertragingen zijn.

### **Mogelijkheid 1: $t_{aan,2} , t_{aan,3} < t_{vraag}$**

Beide aanvullingen zijn op tijd binnen om aan de vraag te voldoen. Er hoeven dus geen boetekosten betaald te worden, wel moeten er voorraadkosten betaald worden over de tijd die de aanvullingen te vroeg binnen zijn.

### **Mogelijkheid 2a: $t_{aan,2} < t_{vraag} < t_{aan,3}$**

De aanvulling uit voorraadpunt 3 is te laat, dus moeten over een periode ( $t_{aan,3} - t_{vraag}$ ) boetekosten betaald worden. De aanvulling uit voorraadpunt 2 kan pas gebruikt worden wanneer ook de aanvulling uit voorraadpunt 3 binnen is, dus over een periode ( $t_{aan,3} - t_{aan,2}$ ) moeten voorraadkosten voor dit onderdeel betaald worden.

### **Mogelijkheid 2b: $t_{aan,3} < t_{vraag} < t_{aan,2}$**

Deze mogelijkheid is gelijk aan die hierboven, met dien verstande dat nu de aanvulling uit voorraadpunt 2 te laat is en die uit voorraadpunt 3 te vroeg.

### **Mogelijkheid 3a: $t_{vraag} < t_{aan,2} < t_{aan,3}$**

Beide aanvullingen zijn nu te laat binnen om aan de vraag te voldoen. Pas op tijdstip  $t_{aan,3}$  kan aan de vraag voldaan worden, dus er moeten boetekosten betaald worden over een periode ( $t_{aan,3} - t_{vraag}$ ). Bovendien kan ook nu de aanvulling uit voorraadpunt 2 pas gebruikt worden wanneer de aanvulling uit voorraadpunt 3 binnen is, dus hoewel deze aanvulling te laat binnen is gekomen moeten er toch voorraadkosten over betaald worden, en wel over een periode ( $t_{aan,3} - t_{aan,2}$ ).

### **Mogelijkheid 3b: $t_{vraag} < t_{aan,3} < t_{aan,2}$**

Deze mogelijkheid is gelijk aan de vorige, maar nu moet de aanvulling uit voorraadpunt 3 wachten op die uit voorraadpunt 2.

We splitsen de mogelijkheden op in twee groepen, de eerste met  $t_{aan,2} < t_{aan,3}$  en de tweede met  $t_{aan,2} \geq t_{aan,3}$ . De afleidingen voor beide kostenformules zijn analoog, dus we zullen alleen die voor de eerste groep weergeven.

Tot de eerste groep behoren mogelijkheden 1, 2a en 3a. Voor mogelijkheid 1 geldt dat de conditionele verwachte kosten gelijk zijn aan de voorraadkosten voor beide

componenten. Deze zijn gelijk aan de voorraadkosten voor beide componenten als beide binnen zijn plus de voorraadkosten voor de component uit voorraadpunt 2 over de tijd dat deze eerder binnen is dan die uit voorraadpunt 3:

$$C(\text{mog.1}) = (h_{i,2} + h_{i,3}) \int_{t_{aan,3}}^{\infty} g_i^{S_{i,3}}(s)(s - t_{aan,3}) ds + h_{i,2}(t_{aan,3} - t_{aan,2}) \quad (8-15)$$

De conditionele verwachte kosten voor mogelijkheid 2a zijn voor de component uit voorraadpunt 3 gelijk aan de boetekosten, plus voor de component uit voorraadpunt 2 de voorraadkosten totdat de andere component binnen is. Dit resulteert in:

$$C(\text{mog.2a}) = \beta_i \int_{t_{aan,2}}^{t_{aan,3}} g_i^{S_{i,3}}(s)(t_{aan,3} - s) ds + h_{i,2}(t_{aan,3} - t_{aan,2}). \quad (8-16)$$

Voor mogelijkheid 3a geldt in principe hetzelfde. Hoewel beide componenten te laat binnen zijn, betalen we naast de boetekosten ook nog voorraadkosten voor de component uit voorraadpunt 2:

$$C(\text{mog.3a}) = \beta_i \int_0^{t_{aan,2}} g_i^{S_{i,3}}(s)(t_{aan,3} - s) ds + h_{i,2}(t_{aan,3} - t_{aan,2}). \quad (8-17)$$

De uiteindelijke conditionele verwachte kosten voor het geval dat  $t_{aan,2} < t_{aan,3}$  zijn nu gelijk aan de som van bovenstaande drie uitdrukkingen. Deze laten zich vereenvoudigen tot

$$C(t_{aan,2} < t_{aan,3}) = \beta_i \int_0^{t_{aan,3}} g_i^{S_{i,3}}(s)(t_{aan,3} - s) ds + (h_{i,2} + h_{i,3}) \int_{t_{aan,3}}^{\infty} g_i^{S_{i,3}}(s)(s - t_{aan,3}) ds + h_{i,2}(t_{aan,3} - t_{aan,2}). \quad (8-18)$$

Voor het geval dat  $t_{aan,2} \geq t_{aan,3}$  geldt dezelfde vergelijking, waarbij de indices 2 en 3 zijn verwisseld.

Tot slot dienen vergelijkingen (8-15) - (8-18) en hun equivalenten voor  $t_{aan,2} \geq t_{aan,3}$  nog geconditioneerd te worden naar  $t_{vraag}$ ,  $t_{aan,2}$  en  $t_{aan,3}$ .

## 8.5 Evaluatie en bruikbaarheid van de methode

De methode van Axsäter is nog niet helemaal aangepast aan de gewenste situatie. De twee besproken aanpassingen moeten nog gecombineerd worden, en de vergelijkingen die in Axsäter [2] staan moeten worden uitgebreid zodat ook de voorraadviveaus in de extra voorraadpunten meegenomen worden. Hoewel dit niet verder is onderzocht, is er wel het vermoeden dat dit mogelijk moet zijn.

Op dit moment is het echter al duidelijk dat het doel waartoe deze analyse is opgezet, namelijk het inzicht krijgen in de formules en de verbanden die tussen de diverse parameters bestaan, voorbijgestreefd is. De vergelijkingen worden dusdanig gecompliceerd dat het nut van het model te klein wordt om verdere uitwerking te rechtvaardigen. Bovendien wordt nu slechts het geval bekeken van twee richtingen met alleen TF-vraag. Wanneer er meerdere richtingen en meerdere typen vraag bijkomen, of wanneer de keus gemaakt zou worden om ook de voorraad DXC's in het model op te nemen, zullen de vergelijkingen nog verder uitgebreid moeten worden. Dit zou betekenen dat het praktisch nut ervan nog verder zou afnemen.

Er is daarom de keus gemaakt om een 'stapje terug' te doen, en het systeem te modelleren als drie onafhankelijke twee-echelon ketens. In het vervolg van dit verslag zal die analyse verder uitgewerkt worden.

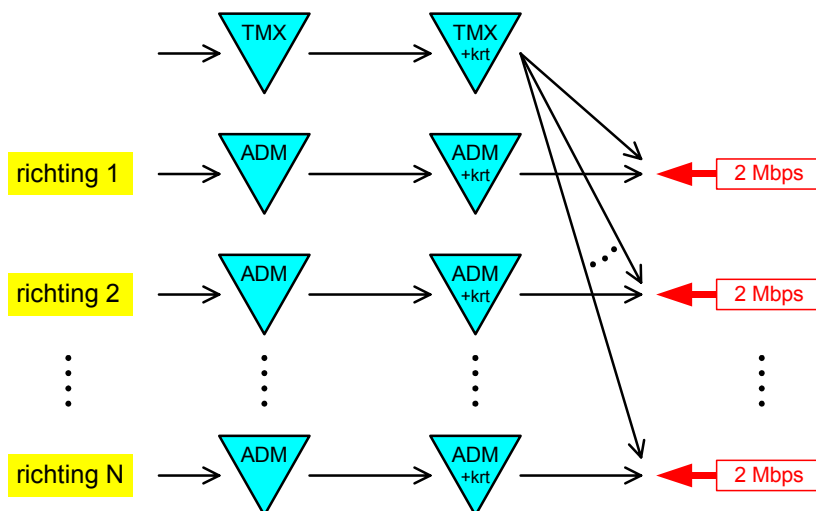
## 9 Serieel model

### 9.1 Inleiding

We splitsen het model uit Figuur 7-2 op in drie onafhankelijk te besturen seriële modellen, om ons in staat te stellen benaderingen te ontwikkelen van het hele model. Het grote voordeel hiervan is dat de zo ontstane sub-systemen simpeler te analyseren zijn, en dat uitbreidingen van het model met meer richtingen of met extra apparatuur (bijvoorbeeld een DXC) gemakkelijk zijn uit te voeren.

Het is echter de vraag of de werkelijkheid voldoende goed benaderd wordt wanneer de afhankelijkheid van de verschillende voorraadpunten van dezelfde vraag slechts ten dele wordt gebruikt. We verwachten een redelijk goede benadering te krijgen voor ons model met twee richtingen. Deze kwestie zal in hoofdstuk 10 verder onderzocht worden.

We verwachten dat de benadering nog beter wordt wanneer een uitgebreider model met N richtingen bekeken wordt. In werkelijkheid is immers het aantal richtingen waarin verbindingen geleverd worden groter dan de twee in Figuur 7-2. In feite hebben we dus te maken met een model zoals in Figuur 9-1.



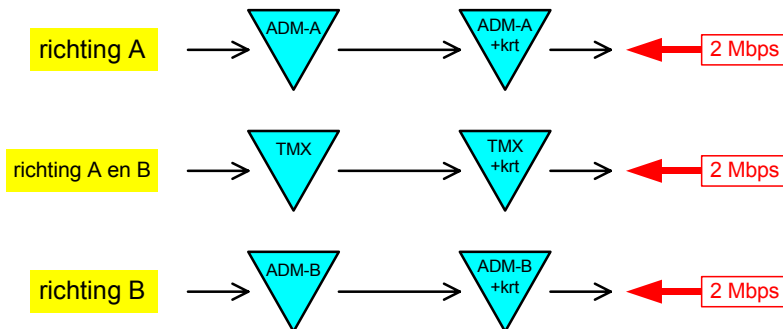
**Figuur 9-1: Hybride model met N richtingen**

In deze situatie werkt een vraag naar een 2Mbps-verbinding natuurlijk nog steeds op twee voorraadpunten, maar het is aannemelijk om te veronderstellen dat de voorraadverlopen in de seriële submodellen voor ADM's en voor TMX-en min of meer onafhankelijk van elkaar zijn (zie Van Houtum [9]). In dat geval is de servicegraad van een 2 Mbps-verbinding in een bepaalde richting gelijk aan de servicegraad van de TMX-keten maal de servicegraad van de ADM-keten in die richting.

Bij de aanpak die in dit hoofdstuk is beschreven, worden de seriële 2-echelon submodellen inderdaad afzonderlijk bestuurd. Hiervoor wordt een procedure gebruikt die

beschreven is door De Bodt en Graves [5]. De verkregen resultaten worden in paragraaf 10.4 vergeleken met een simulatie van het oorspronkelijke hybride model.

## 9.2 Model



Figuur 9-2: Lineair model

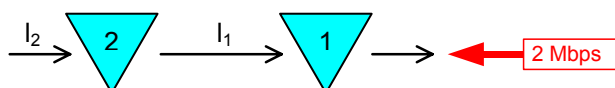
In Figuur 9-2 is te zien hoe het model van Figuur 7-2 gesplitst wordt in drie lineaire submodellen. De afhankelijkheid tussen de TMX en de ADM's wordt alleen meegenomen in de vraagprocessen: het gemiddelde van de vraag naar 'TMX+krt' is gelijk aan het gemiddelde van de vraag naar 2 Mbps-verbindingen in richting A plus het gemiddelde van de vraag naar 2 Mbps-verbindingen in richting B. Wanneer we het vraagproces naar 2 Mbps-verbindingen in richting A resp. B Poisson veronderstellen met parameters  $\lambda_A$  resp.  $\lambda_B$  wordt de resulterende vraag naar 'TMX+krt' beschreven door een Poissonproces met parameter  $\lambda_A + \lambda_B$ . Vervolgens nemen we aan dat de vraagprocessen bij de voorraadpunten 'ADM-A+krt', 'ADM-B+krt' en 'TMX+krt' onafhankelijk van elkaar zijn.

## 9.3 De methode van De Bodt en Graves

### 9.3.1 Idee

De Bodt en Graves [5] hebben een methode beschreven om voor een serieel multi-echelon model onder een *continuous review*-strategie optimale bestelgroottes en bestelniveaus te berekenen. In Appendix A.2 staat een korte samenvatting van deze methode en is uitgelegd hoe de implementatie ervan in Delphi werkt. In het algemene model willen De Bodt en Graves zowel optimale waarden voor de batchgroottes vinden als voor de bestelniveaus. Hiertoe stellen zij de kostenfunctie van het systeem op, die vervolgens partieel gedifferentieerd wordt naar deze variabelen. Omdat de afgeleiden afhankelijk blijken te zijn van andere te optimaliseren variabelen, wordt een iteratieve procedure voorgesteld om de vector van optimale waarden te vinden.

Wij beschouwen in het vervolg alleen een serieel 2-echelon model zoals dat is weergegeven in Figuur 9-3.



Figuur 9-3: Model van De Bodt en Graves



Een belangrijke aanname die De Bodt en Graves maken is die van **joint replenishment**. Dit houdt in dat wanneer een bestelling geleverd wordt aan het hogere voorraadpunt (voorraadpunt 2), er meteen één batch wordt doorgestuurd naar het lagere voorraadpunt (voorraadpunt 1). Met andere woorden, een bestelling door het hogere voorraadpunt op tijdstip  $t$  leidt tot een aanvulling van dat voorraadpunt op tijdstip  $t+l_2$  (met  $l_2$  de aanvultijd van het hogere voorraadpunt) en een aanvulling van het lagere voorraadpunt op tijdstip  $t+l_2+l_1$  (met  $l_1$  de aanvultijd van het lagere voorraadpunt vanuit het hoger liggende voorraadpunt).

In ons specifieke geval houdt de joint replenishment-aanname in dat een apparaat dat wordt geleverd meteen voorzien wordt van één batch aan kaarten. Dit is ook precies wat we willen, en het is consistent met onze aanpassing van de aanvultijden van de voorraadpunten in paragraaf 7.6.

### 9.3.2 Gebruik van boetekosten

We gebruiken de boetekosten uit de methode van De Bodt en Graves als stuurparameter voor de servicegraad, zoals is beschreven in paragraaf 5.5. We hebben op deze manier te maken met een kostenminimalisatieprobleem, terwijl het eigenlijke probleem er een is met een objectfunctie (waarin geen boetekosten voorkomen), en nevenvoorwaarden ten aanzien van de servicegraad. Dit verklaart ook waarom in het Delphi-programma twee parameters voor de boetekosten voorkomen, namelijk  $b_1$  en  $b_2$ . De eerste is een parameter voor de boetekosten die gebruikt worden om het kostenminimalisatieprobleem op te lossen. Parameter  $b_2$  wordt vervolgens in de objectfunctie gebruikt om de feitelijke kosten te berekenen. Aangezien wij verondersteld hebben dat er geen boetekosten zijn, wordt in al onze berekeningen  $b_2=0$  gesteld.

### 9.3.3 Benodigde aanpassingen

Ons model verschilt, naast het hiervoor genoemde gebruik van de boetekosten, op twee punten van dat wat door De Bodt en Graves wordt gebruikt. Ten eerste hebben wij te maken met bestelgroottes die worden vastgelegd door de fysieke eigenschappen van de componenten. Ten tweede hebben wij te maken met een discrete kansverdeling voor het vraagproces in plaats van een continue.

Het eerste verschil is gemakkelijk te verwerken door  $Q_1$  gewoon vast te nemen. De vergelijking waar  $Q_1(R_1, R_2)$  aan voldoet is namelijk het gevolg van het nulstellen van de partiële afgeleide van de kostenfunctie naar  $Q_1$ , en vervalt als  $Q_1$  een constante wordt. In vergelijkingen (A-5) en (A-6) waaraan  $R_1(Q_1)$  en  $R_2(Q_1)$  voldoen is  $Q_1$  al vast verondersteld (ze volgen uit het nulstellen van de partiële afgeleiden van de kostenfunctie naar  $R_1$  respectievelijk  $R_2$ ), waardoor ze gewoon bruikbaar blijven.

Nu dient dus nog nagegaan te worden welke invloed het feit dat wij met een discrete kansverdeling te maken hebben, heeft op de oplossingsprocedure. In de kostenfunctie mogen de integralen gewoon vervangen worden door hun discrete analogon, dat wil zeggen dat het integraalteken wordt vervangen door een sommatieteken en dat de continue kansdichtheid vervangen wordt door een discrete kans. We gebruiken de volgende parameters:

$Q_i$	=	Bestelhoeveelheid in voorraadpunt $i$ ( $i \in \{1, 2\}$ )
$n$	=	$Q_2/Q_1$
$R_i$	=	Bestelniveau in voorraadpunt $i$ ( $i \in \{1, 2\}$ )
$C(Q, R_1, R_2)$	=	Verwachte kosten als functie van $Q$ , $R_1$ en $R_2$
$l_i$	=	Aanvultijd voor voorraadpunt $i$ ( $i \in \{1, 2\}$ )
$a_i$	=	Vaste bestelkosten in voorraadpunt $i$ ( $i \in \{1, 2\}$ )
$h_i$	=	Voorraadkosten in voorraadpunt $i$ per eenheid per tijdseenheid ( $i \in \{1, 2\}$ )
$b_i$	=	Boetekosten in voorraadpunt $i$ per eenheid ( $i \in \{1, 2\}$ )
$d$	=	Verwachte jaarvraag
$f(x i_i)$	=	Kansverdeling van de vraag gedurende een aanvultijd ( $i \in \{1, 2\}$ )

De nieuwe kostenfuncties worden dan:

$$\text{Setupkosten} = \frac{a_1 d}{Q_1} + \frac{a_2 d}{nQ_1} \quad (9-1)$$

$$\text{Voorraadkosten bij 2} = h_2 \left( \frac{nQ_1}{2} + \sum_{x=0}^{\infty} (R_2 - x) P_{l_2}(X = x) \right) \quad (9-2)$$

Voorraadkosten bij 1 =

$$h_1 \left( \frac{Q_1}{2} + \frac{n-1}{n} \sum_{x=0}^{\infty} (R_1 - x) P_{l_1}(X = x) + \frac{1}{n} \sum_{x=0}^{\infty} (R_2 - x) P_{l_1+l_2}(X = x) \right) \quad (9-3)$$

Boetekosten =

$$\frac{bd}{Q_1} \left( \frac{n-1}{n} \sum_{x=R_1}^{\infty} (x - R_1) P_{l_1}(X = x) + \frac{1}{n} \sum_{x=R_2}^{\infty} (x - R_2) P_{l_1+l_2}(X = x) \right) \quad (9-4)$$

Voor de totale kostenfunctie vinden we weer dat

$$\text{Totale kosten} = C(R_1, R_2) =$$

Setupkosten + Voorraadkosten bij 1 + Voorraadkosten bij 2 + Boetekosten.

In de oorspronkelijke methode worden de partiële afgeleiden van de kostenfunctie naar  $R_1$  en  $R_2$  genomen. Het is dus ook nog nodig na te gaan of het discrete analogon, het differentiequotient  $\Delta C(R_1, R_2)$ , dezelfde vergelijkingen oplevert. We zoeken de kleinste  $R_1$  die voldoet aan

$$\begin{aligned} \Delta C(R_1, R_2) &= \frac{C(R_1 + 1, R_2) - C(R_1, R_2)}{(R_1 + 1) - R_1} \geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{h_1(n-1)}{n} &\left( \sum_{x=0}^{\infty} (R_1 + 1 - x) P_{l_1}(X = x) - \sum_{x=0}^{\infty} (R_1 - x) P_{l_1}(X = x) \right) + \\ &+ \frac{bd(n-1)}{Q_1 n} \left( \sum_{x=R_1+1}^{\infty} (x - (R_1 + 1)) P_{l_1}(X = x) - \sum_{x=R_1}^{\infty} (x - R_1) P_{l_1}(X = x) \right) \geq 0 \\ \Leftrightarrow h_1 \sum_{x=0}^{\infty} P_{l_1}(X = x) &- \frac{bd}{Q_1} \sum_{x=R_1}^{\infty} P_{l_1}(X = x) \geq 0 \\ \Leftrightarrow P_{l_1}(X \geq R_1) &\leq \frac{h_1 Q_1}{bd} \quad (9-5) \end{aligned}$$

Omdat we hier met discrete kansverdelingen en gehele waarden voor  $R_1$  werken, vinden we ongelijkheidstekens in plaats van gelijkheidstekens in het continue geval. Het kan immers zo zijn dat de kleinste waarde voor  $R_1$  die voldoet aan vergelijking (9-5) niet precies gelijk is aan de rechterkant van de vergelijking. Verder is de vergelijking equivalent met die van De Bodt en Graves voor het continue geval.

We controleren nog of we inderdaad met een minimum te maken hebben. Hiertoe bekijken we of geldt dat het tweede orde differentiequotient  $\Delta^2 C(R_1, R_2) > 0$ .

$$\Delta^2 C(R_1, R_2) = \frac{\Delta C(R_1, R_2) - \Delta C(R_1 - 1, R_2)}{R_1 - (R_1 - 1)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \left( h_1 - \frac{bd}{Q_1} \sum_{x=R_1}^{\infty} P_{l_1}(X=x) \right) - \left( h_1 - \frac{bd}{Q_1} \sum_{x=R_1-1}^{\infty} P_{l_1}(X=x) \right) > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{bd}{Q_1} P_{l_1}(X=R_1-1) > 0$$

Dit klopt, dus hebben we inderdaad met een minimum te maken.

Ook voor  $R_2$  komen we op eenzelfde manier als voor  $R_1$  op een vergelijking uit die het discrete equivalent is van de vergelijking voor het continue geval van De Bodt en Graves:

$$\frac{C(R_1, R_2 + 1) - C(R_1, R_2)}{(R_2 + 1) - R_2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow h_2 \left( \sum_{x=0}^{\infty} (R_2 + 1 - x) P_{l_2}(X=x) - \sum_{x=0}^{\infty} (R_2 - x) P_{l_2}(X=x) \right) +$$

$$+ \frac{h_1}{n} \left( \sum_{x=0}^{\infty} (R_2 + 1 - x) P_{l_1+l_2}(X=x) - \sum_{x=0}^{\infty} (R_2 - x) P_{l_1+l_2}(X=x) \right) +$$

$$+ \frac{bd}{Q_1 n} \left( \sum_{x=R_2+1}^{\infty} (x - (R_2 + 1)) P_{l_1+l_2}(X=x) - \sum_{x=R_2}^{\infty} (x - R_2) P_{l_1+l_2}(X=x) \right) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow h_2 \sum_{x=0}^{\infty} P_{l_2}(X=x) + \frac{h_1}{n} \sum_{x=0}^{\infty} P_{l_1+l_2}(X=x) - \frac{bd}{Q_1 n} \sum_{x=R_2}^{\infty} P_{l_1+l_2}(X=x) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow P_{l_1+l_2}(X \geq R_2) \leq \frac{Q_1(h_1 + nh_2)}{bd} \quad (9-6)$$

Ook in dit geval blijkt het tweede orde differentiequotient groter dan nul te zijn, het bewijs laten we achterwege.

Het blijkt dus dat de methode voor het geval dat  $Q$  vast is, ook te formuleren is voor discrete kansverdelingen<sup>2</sup>.

### 9.3.4 Intuïtieve uitleg

Bij een twee-echelon systeem hebben we één op de  $n$  keer te maken met een joint replenishment, de andere  $n-1$  keer met een normal replenishment. Met andere woorden, één op de  $n$  keer heeft een aanvulling een aanvultijd  $l_1+l_2$ , de overige keren een aanvultijd  $l_1$ . Voor de uiteindelijke servicegraad  $\alpha_{\text{totaal}}$  geldt dus dat deze een gewogen gemiddelde is van de servicegraad tijdens een joint replenishment  $\alpha_{\text{joint}}$ , en van die tijdens een normal replenishment  $\alpha_{\text{normal}}$ :

$$\alpha_{\text{totaal}} = \frac{1}{n} \alpha_{\text{joint}} + \frac{n-1}{n} \alpha_{\text{normal}} \quad (9-7)$$

Het gevolg is, dat er een afweging gemaakt zal worden tussen de verandering in de voorraadkosten die het aanpassen van de bestelniveaus van de joint en de normal replenishments met zich mee zal brengen, en de verandering in de totale servicegraad. Zo kan bijvoorbeeld een lagere servicegraad tijdens joint replenishments gecompenseerd worden door een hogere servicegraad tijdens normal replenishments, als het verlagen van het bestelniveau van een joint replenishment meer oplevert dan het hierdoor noodzakelijk geworden verhogen van het bestelniveau van een normal replenishment

<sup>2</sup> Wanneer  $Q$  niet vast wordt genomen, is het lastiger om de vergelijking die De Bodt en Graves geven om te schrijven voor het discrete geval.

kost. De kostenoptimale verhouding tussen de twee servicegraden kan eenvoudig berekend worden:

$$\frac{1 - \alpha_{\text{normal}}}{1 - \alpha_{\text{joint}}} = \frac{P_{l_1}(X \geq R_1)}{P_{l_1+l_2}(X \geq R_2)} = \frac{h_1 Q_1 / bd}{Q_1(h_1 + nh_2) / bd} = \frac{h_1}{h_1 + nh_2} \quad (9-8)$$

In vergelijking (9-8) zien we duidelijk terug dat het aandeel dat het type replenishment levert aan de totale servicegraad afhankelijk is van de voorraadkosten in de twee voorraadpunten.

Wanneer we vergelijkingen (8-5) en (8-6) invullen in (8-7) vinden we bovendien een gesloten uitdrukking voor  $\alpha_{\text{totaal}}$ .

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{totaal}} &= \frac{1}{n} \left( 1 - \frac{h_1 Q_1}{bd} \right) + \frac{n-1}{n} \left( 1 - \frac{Q_1(h_1 + nh_2)}{bd} \right) \\ &= 1 - \frac{Q_1(h_1 + (n-1)h_2)}{bd} \end{aligned}$$

## 9.4 Resultaten

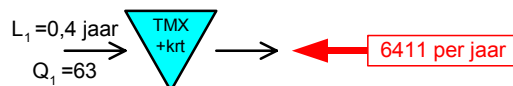
Met behulp van de methode van De Bodt en Graves kunnen eenvoudige lineaire modellen worden geanalyseerd. In deze paragraaf worden de resultaten gepresenteerd van het afzonderlijk besturen van elk van de drie ketens van het model in Figuur 9-2. De gebruikte data is weergegeven in Tabel 9-1 en is afkomstig uit het VINN-rapport [3].

Tabel 9-1: Waarden van parameters voor TMX-en

Jaarvraag	6411 2 Mbps-eenheden
Levertijd TMX	16 weken = 0,4 jaar
Levertijd kaart voor TMX	4 weken = 0,1 jaar
Bestelgrootte TMX	63 2 Mbps-eenheden
Bestelgrootte kaart voor TMX	21 2 Mbps-eenheden
Voorraadkosten TMX	fl.57,= per 2 Mbps-eenheid per jaar
Voorraadkosten kaart voor TMX	fl.57,= per 2 Mbps-eenheid per jaar

### 9.4.1 TMX

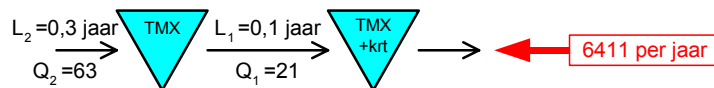
Om te beginnen bekijken we twee verschillende mogelijkheden om de voorraad TMX-en te besturen. De eerste mogelijkheid is om alle kaarten direct te plaatsen wanneer de TMX geleverd wordt, zie Figuur 9-4.



Figuur 9-4: Kaarten worden direct geplaatst

Het duurt 0,4 jaar om een TMX plus kaarten aan te vullen, en dit gebeurt per 63 2 Mbps-eenheden (er gaan immers drie kaarten elk voor 21 2 Mbps-verbindingen in één TMX). Er is geschat dat de vraag gelijk is aan 6411 2 Mbps-verbindingen per jaar.

De andere optie is om één kaart direct te plaatsen wanneer de TMX geleverd wordt, en de overige kaarten los bij te plaatsen volgens een (s,Q)-strategie.



**Figuur 9-5: Kaarten worden los geplaatst**

We hebben hierbij de modellering van de levertijden gebruikt zoals die is uitgelegd in paragraaf 7.6. Voor de methode van De Bodt en Graves hebben we bovendien nodig dat  $n = Q_2/Q_1 = 63/21 = 3$ . In Tabel 9-2 zijn de resultaten weergegeven voor het geval dat we een  $\alpha$ -servicegraad eisen van minimaal 95%.

**Tabel 9-2: Resultaten TMX**

<i>Vraag naar TMXen binnen EVKC-gebouw; Vraag = 6411 x 2 Mbps</i>						
<b>Kaarten</b>	<b><math>s_2</math></b>	<b><math>s_1</math></b>	<b><math>Q_1</math></b>	<b><math>\alpha</math>-serv.grd.</b>	<b>Kosten</b>	<b>Besparing<sup>3</sup></b>
Meegeleverd	2648	691	63	95,1%	fl. 13181	-
Los per stuk	2629	691	21	95,0%	fl. 9255	30%

#### 9.4.2 ADM

Hetzelfde kunnen we doen voor ADM's. In Tabel 9-3 is de input weergegeven die we hiervoor gebruikt hebben.

**Tabel 9-3: Waarden van parameters voor ADM's**

Jaarvraag EVKC naar EVKC	247 2 Mbps-eenheden
Jaarvraag EVKC naar grote NRC	100 2 Mbps-eenheden
Levertijd ADM	16 weken = 0,4 jaar
Levertijd kaart voor ADM	4 weken = 0,1 jaar
Bestelgrootte ADM	1008 2 Mbps-eenheden
Bestelgrootte kaart voor ADM	126 2 Mbps-eenheden
Voorraadkosten ADM	fl.9,84 per 2 Mbps-eenheid per jaar
Voorraadkosten kaart voor ADM	fl.9,84 per 2 Mbps-eenheid per jaar

Voor ADM's hebben we naast het meteen plaatsen van alle kaarten en het los plaatsen ervan, ook nog de optie bekeken om de helft van de kaarten direct te plaatsen en de andere helft volgens een (s,Q)-strategie. De resultaten zijn weergegeven in Tabel 9-4.

**Tabel 9-4: Resultaten ADM**

<i>Van EVKC naar EVKC; vraag = 247 x 2 Mbps</i>						
<b>Kaarten</b>	<b><math>s_2</math></b>	<b><math>s_1</math></b>	<b><math>Q_1</math></b>	<b><math>\alpha</math>-serv.grd.</b>	<b>Kosten</b>	<b>Besparing</b>
Meegeleverd	115	34	1008	95,1%	fl. 10240	-
Los per 4	113	35	504	95,4%	fl. 7701	25%
Los per stuk	105	35	126	95,2%	fl. 5739	46%

<i>Van EVKC naar grote NRC; vraag =100 x 2 Mbps</i>						
<b>Kaarten</b>	<b><math>s_2</math></b>	<b><math>s_1</math></b>	<b><math>Q_1</math></b>	<b><math>\alpha</math>-serv.grd.</b>	<b>Kosten</b>	<b>Besparing</b>
Meegeleverd	51	17	1008	96,1%	fl. 10136	-
Los per 4	49	16	504	95,1%	fl. 7603	25%
Los per stuk	44	17	126	95,8%	fl. 5686	44%

<sup>3</sup> De besparing geldt ten opzichte van het geval dat de apparatuur inclusief kaarten geleverd wordt.

### 9.4.3 Conclusies

We zien dat zowel in het geval van TMX-en als in het geval van ADM's een flinke winst gemaakt lijkt te kunnen worden door niet alle kaarten direct met het apparaat mee te leveren, maar deze later bij te plaatsen. Hierbij dienen echter twee kanttekeningen gemaakt te worden.

Ten eerste hebben we verondersteld dat er geen vaste bestelkosten zijn. Dit betekent dat het pas inderdaad loont om kaarten later te plaatsen, als de besparing groter is dan de kosten voor het extra laten komen van een monteur. Overigens is het zo dat de besparingen van een dergelijke orde zijn, dat het zeker is aan te bevelen hier nader onderzoek naar te doen.

Ten tweede moet bekeken worden wat het los plaatsen van kaarten in de praktijk betekent. Wanneer we namelijk kaarten in een TMX los zouden plaatsen, zou dit er op neer komen dat er gemiddeld  $6411 / 21 = 305$  aanvullingen per jaar plaatsvinden. In een jaar van 200 dagen betekent dit dat er gemiddeld 1,5 keer per dag een monteur naar een centralegebouw moet om een kaart bij te plaatsen, ofwel, om de dag moet hij tweemaal op dezelfde dag naar hetzelfde gebouw toe hetgeen intuïtief niet optimaal kan zijn. De oorzaak hiervan ligt in het feit dat we voorraadkosten lineair in de tijd veronderstellen, en een continu voorraadmodel hanteren. In dat geval zouden volgens het model voorraadkosten bespaard worden wanneer een kaart enkele uren later besteld wordt.

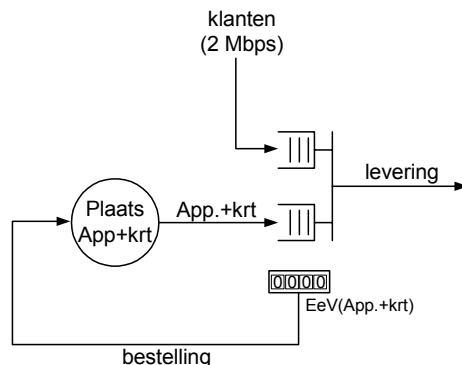
## 10 Simulatie

### 10.1 Inleiding

De resultaten die gevonden zijn voor de lineaire sub-modellen in hoofdstuk 9 zijn een indicatie voor de bestelniveaus die een 95% servicegraad geven in het hybride systeem. Om dit te testen, voeren we enkele simulaties uit. Om te beginnen zal in paragraaf 10.2 gekeken worden of door simulatie van een één-echelon model dezelfde resultaten worden verkregen als door het toepassen van de analytische één-echelon theorie. In paragraaf 10.3 wordt hetzelfde gedaan voor een twee-echelon model. In paragraaf 10.4 wordt vervolgens het hybride model gesimuleerd, en worden de resultaten hiervan vergeleken met die die gevonden zijn in hoofdstuk 9.

### 10.2 Eén-echelon model

We simuleren het één-echelon model voor de TMX-voorraad zoals dat beschreven is in paragraaf 9.4. In Figuur 10-1 is het simulatiemodel schematisch weergegeven.



**Figuur 10-1: Eén-echelon simulatiemodel**

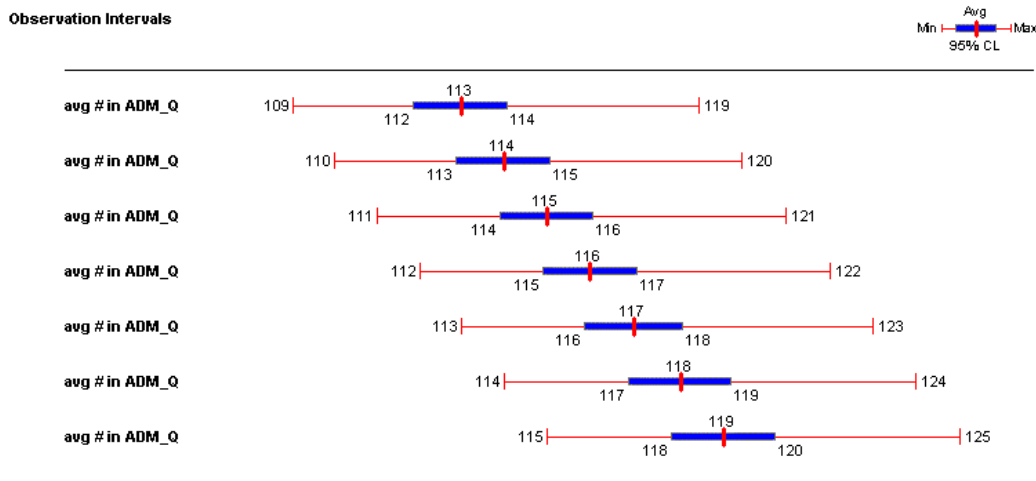
In het schema zijn twee wachtrijen te zien. De onderste is in feite het voorraadpunt, producten die zich in deze rij bevinden wachten op een klant en vormen de fysieke voorraad. Klanten komen binnen in de andere rij. Wanneer er voorraad is (de onderste wachtrij is niet-leeg), wordt het product direct aan de klant geleverd: uit beide wachtrijen wordt het eerste element verwijderd. Wanneer er geen voorraad is, zal de klant in de wachtrij blijven totdat de voorraad weer is aangevuld. Tijdens deze periode is de netto voorraad kleiner dan nul. In het systeem is verder een teller aangebracht, die de economische echelonvoorraad (EeV) van het voorraadpunt bijhoudt. Wanneer  $EeV(App.+krt)$  onder een bepaald niveau zakt, wordt een bestelling gedaan die na een aanvaltijd in het voorraadpunt binnenkomt. Er komt dus per bestelling een hoeveelheid entiteiten in de onderste wachtrij die gelijk is aan een bestelhoeveelheid.

Van de entiteiten in het systeem wordt bijgehouden op welke tijd ze een wachtrij binnengaan. Voor entiteiten die voorraad representeren kan op die manier bij het verlaten van de rij worden berekend wat hun verblijftijd is geweest en dus hoeveel voorraadkosten ze hebben gemaakt. Van klanten kan worden bepaald of ze al dan niet hebben moeten wachten op hun product.

Het model is gesimuleerd met een jaarvraag van 6411 2 Mbps-eenheden, een aanvultijd van TMX-en van 0,4 jaar en voorraadkosten van fl.114,00 per 2 Mbps-eenheid per jaar.

De simulatie is uitgevoerd in runs van 20.000 dagen, met een opwarmtijd van 2000 dagen. Omdat de totale kosten geminimaliseerd worden, is als maatstaf voor de nauwkeurigheid van de resultaten het gemiddelde voorraadniveau in het voorraadpunt genomen, en de gemiddelde fill-rate. Er is steeds gerepliceerd totdat het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor het gemiddelde voorraadniveau een half-width had kleiner dan 1% van dit gemiddelde, en het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de fill-rate een half-width kleiner dan 1%.

In Figuur 10-2 zijn de betrouwbaarheidsintervallen weergegeven. De twee uiterste waarden van het grote interval zijn de kleinste respectievelijk grootste waarneming uit de serie runs.



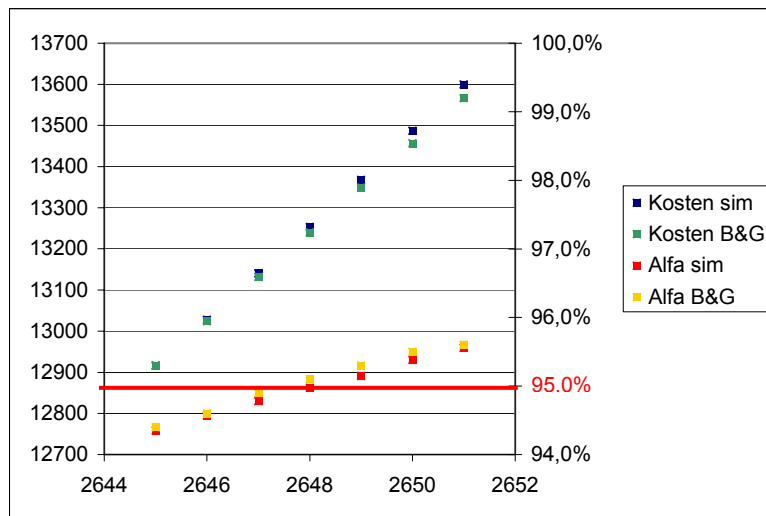
**Figuur 10-2: Betrouwbaarheidsintervallen voor één-echelon model voor TMX met kaart**

De resultaten zijn weergegeven in Tabel 10-1, en grafisch weergegeven in Figuur 10-3.

**Tabel 10-1: Resultaten één-echelon model voor TMX met kaart**

Bestelniveau	Kosten		$\alpha$ -servicegraad	
	Simulatie	De Bodt & Graves	Simulatie	De Bodt & Graves
2645	12917	12916	94,3%	94,4%
2646	13028	13024	94,6%	94,6%
2647	13140	13132	94,8%	94,9%
2648	13253	13240	95,0%	95,1%
2649	13368	13349	95,1%	95,3%
2650	13487	13457	95,4%	95,5%
2651	13600	13566	95,6%	95,6%

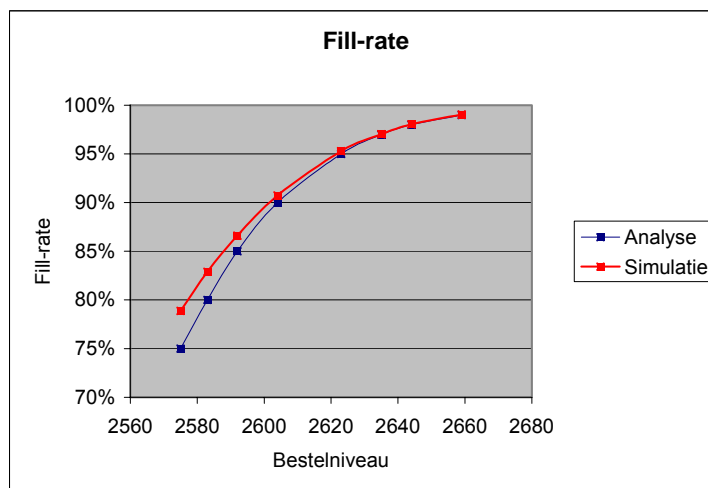




**Figuur 10-3: Resultaten simulatie één-echelon model voor TMX met kaart**

We zien dat de simulatieresultaten goed overeenkomen met de aan de hand van De Bodt en Graves verwachte waarden. In beide gevallen blijkt zowel de kostenfunctie als de functie voor de  $\alpha$ -servicegraad stijgend te zijn in het bestelniveau. Ook voor de simulatie blijkt de kleinste waarde voor R waarvoor de  $\alpha$ -servicegraad groter of gelijk is aan 95%,  $R=2648$  te zijn.

Hiernaast hebben we nog gekeken hoe de benadering van de fill-rate en de kosten door simulatie is vergeleken met de analytische waarde. De simulaties zijn hetzelfde uitgevoerd als hierboven. De resultaten zijn weergegeven in Figuur 10-4.

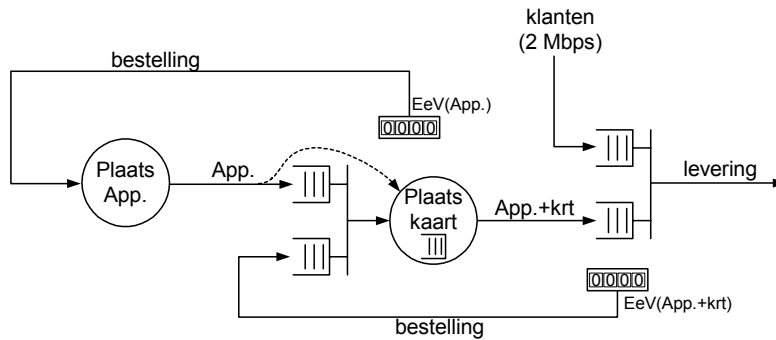


**Figuur 10-4: Vergelijking fill-rate uit analyse met die uit simulatie**

We zien dat de fill-rate die uit de simulatie volgt voor relevante waarden (90% en hoger) overeenkomt met de analytische waarden, en kunnen dus dit model als basis gebruiken voor de analyses van het twee-echelon en het hybride model.

### 10.3 Twee-echelon model

Figuur 10-5 is een schematische weergave van het twee-echelon simulatiemodel.



**Figuur 10-5: Twee-echelon simulatiemodel**

De rechterkant van het schema is hetzelfde als in het één-echelon geval. Echter, wanneer EeV(App.+krt) nu het bestelniveau bereikt, wordt een bestelling gedaan bij het hoger gelegen voorraadpunt. Hier wordt dezelfde regel gehanteerd als in het lagere voorraadpunt: als er voorraad is, verlaat uit beide wachtrijen het eerste element de rij, als er geen voorraad is wacht de bestelling tot een aanvulling heeft plaatsgevonden. Het transport van het hogere naar het lagere voorraadpunt is ook als een wachtrij gesimuleerd, dit om de netto echelonvoorraad op een juiste manier te kunnen meten. Bestellingen voor nieuwe apparaten worden gedaan wanneer de teller van EeV(App.) een bepaald bestelniveau bereikt.

In dit model is, analoog aan het analytische geval, toegevoegd dat een apparaat met één kaart geleverd wordt. De plaatsing van deze kaart wordt gesymboliseerd door de stippelpijl. Wanneer zich in de onderste wachtrij bij het hogere voorraadpunt een klant bevindt, wordt deze uit het systeem verwijderd. Deze wordt namelijk bediend door de standaard aanvulling. Bovendien is de modellering van de aanvaltijden zoals die in paragraaf 7.6 is beschreven ook in het simulatiemodel gebruikt.

## 10.4 Hybride model

### 10.4.1 Servicegraad

Om te beginnen plaatsen we een opmerking over de servicegraad. Hoewel we, zoals we in hoofdstuk 6 hebben aangegeven, graag de  $\alpha$ -servicegraad zouden willen gebruiken, is het niet mogelijk deze te definiëren voor een hybride systeem. Een klant heeft namelijk niet met één, maar met twee aanvulcycli te maken, die niet noodzakelijk synchroon lopen. Het is dus onmogelijk het "eind" van een aanvulcyclus te bepalen, en dus het meetmoment voor de  $\alpha$ -servicegraad.

Daarom gebruiken we voor de servicegraad voor het hybride systeem de fill-rate. Deze meten we zoals beschreven in paragraaf 6.2, namelijk door het aantal klanten zonder wachttijd te meten en dit aantal te delen door het totaal aantal klanten. De uitkomsten van deze servicegraad zijn te vergelijken met de fill-rates van de drie afzonderlijke takken. We zullen de servicegraad aanduiden met  $\beta_{\text{sys}}$ .

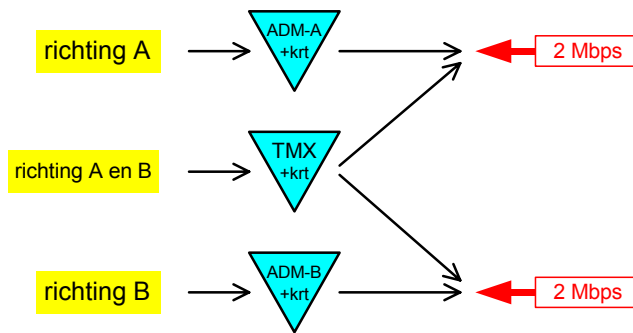
Wanneer de drie takken in het model onafhankelijk van elkaar zouden zijn, zijn de twee resulterende servicegraden voor de twee richtingen gelijk aan het product van de fill-rates van de twee takken die aan die richting leveren:

$$\beta_{\text{sys,A}} = \beta_{\text{ADM-A}} \cdot \beta_{\text{TMX}} \quad (10-1)$$

$$\beta_{\text{sys,B}} = \beta_{\text{ADM-B}} \cdot \beta_{\text{TMX}} \quad (10-2)$$

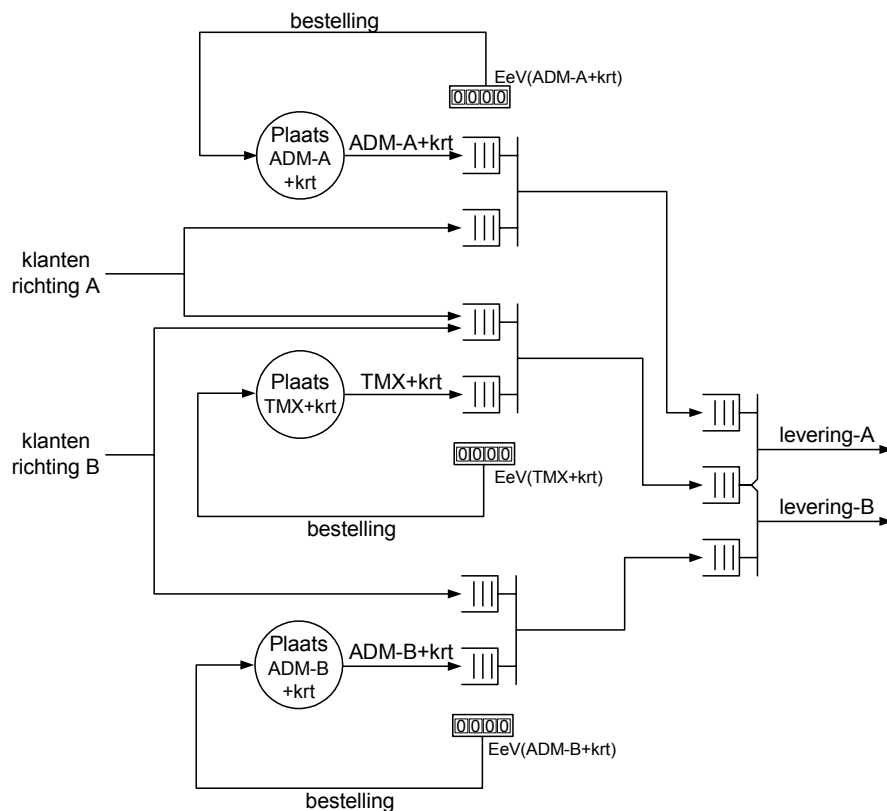
Andersom geldt dat wanneer aan (10-1) en (10-2) voldaan wordt, dit betekent dat de drie takken als onafhankelijk kunnen worden beschouwd. De eerste serie simulaties van het hybride model heeft dan ook als doel dit te toetsen.

Het model dat getoetst is, is weergegeven in Figuur 10-6.



**Figuur 10-6: Model om onafhankelijkheid van takken te toetsen**

Het resulterende simulatiemodel is schematisch weergegeven in Figuur 10-7.



**Figuur 10-7: Simulatiemodel hybride systeem**

In feite hebben we te maken met drie parallelle één-echelon modellen. Vraag in een bepaalde richting wordt gekopieerd, en zowel in de klantenrij voor ADM's die richting geplaatst, als in de klantenrij voor TMX-en. De modellering is zodanig, dat de entiteit die de klant representeert het systeem doorloopt, waardoor in het rechter wachtrij-blok de aankomsttijd van de entiteit die via de ADM-rij is gegaan vergeleken kan worden met die van de entiteit die via de TMX-rij is gegaan.

Net als in het één-echelon model wordt van alle entiteiten hun verblijftijd in het systeem bijgehouden. Bovendien wordt bij het aanvullen van een voorraadpunt bijgehouden hoeveel wachtende klanten zich bevinden in de wachtrij die bij dit voorraadpunt hoort, en hoeveel klanten er in totaal dat voorraadpunt aandoen. Hiermee kan de fill-rate voor dat voorraadpunt worden bepaald. De servicegraden  $\beta_{\text{sys,A}}$  en  $\beta_{\text{sys,B}}$  worden bepaald door het

aantal klanten dat het systeem verlaat, en of deze klanten al dan niet hebben moeten wachten.

De jaarvraag in richting A is gelijk aan 247 2 Mbps-eenheden, die in richting B aan 100 2 Mbps-eenheden. De waarden van de overige parameters zijn:

**Tabel 10-2: Parameters hybride simulatiemodel (1 echelon)**

	<i>Levertijd</i>	<i>Voorraadkosten</i>
ADM-A	0,4 jaar	fl.9,84
ADM-B	0,4 jaar	fl.9,84
TMX	0,1 jaar	fl.57,00

De simulatie is uitgevoerd in runs van 200.000 dagen met een opwarmtijd van 2000 dagen. Het aantal runs is zodanig gekozen dat de half-width van de 95%-betrouwbaarheidsintervallen voor de gemiddelde fill-rates van de drie voorraadpunten alle kleiner waren dan 0,5%. De resultaten zijn in Tabel 10-3 weergegeven. De bestelniveaus zijn weergegeven in de volgorde (TMX, ADM-A, ADM-B).  $E(\beta_{\text{sys,A}})$  en  $E(\beta_{\text{sys,B}})$  zijn de verwachte servicegraden als de drie ketens onafhankelijk zouden zijn, en dus zouden voldoen aan vergelijkingen (10-1) en (10-2).

**Tabel 10-3: Resultaten simulatie om de onafhankelijkheid van takken te toetsen**

Bestelniveaus	$\beta_{\text{TMX}}$	$\beta_{\text{ADM-A}}$	$\beta_{\text{ADM-B}}$	$E(\beta_{\text{sys,A}})$	$\beta_{\text{sys,A}}$	$E(\beta_{\text{sys,B}})$	$\beta_{\text{sys,B}}$
(144,103,44)	95,9%	99,8%	99,9%	95,7%	95,7%	95,8%	95,8%
(146,105,44)	96,9%	99,8%	99,9%	96,7%	96,7%	96,7%	96,8%
(151,107,43)	98,5%	99,9%	99,9%	98,3%	98,4%	98,3%	98,4%
(144,105,46)	95,9%	99,8%	99,9%	95,7%	95,8%	95,9%	95,9%
(130,90,30)	83,8%	99,0%	99,0%	83,0%	83,1%	83,0%	83,1%
(120,70,25)	70,1%	97,1%	98,5%	68,1%	68,3%	69,0%	69,1%
(120,0,0)	70,1%	90,2%	96,1%	63,2%	63,5%	67,3%	67,4%
(120,-100,-20)	70,1%	80,3%	94,1%	56,3%	56,5%	65,9%	65,9%
(144,50,-10)	95,9%	95,2%	95,1%	91,3%	91,4%	91,2%	91,3%

De eerste vier sets waarden voor de bestelniveaus zijn ingegeven door  $\alpha$ -servicegraden van (70%, 70%, 75%), (75%, 75%, 75%), (85%, 80%, 70%) en (70%, 75%, 85%). Omdat echter de uitkomsten voor de servicegraden hiervan allemaal dicht bij de 100% liggen, is ervoor gekozen om ook veel lagere bestelniveaus te bekijken. Hoewel deze bestelniveaus in de praktijk misschien niet zo veel betekenen, kunnen ze wel gebruikt worden om de onafhankelijkheid van de voorraadverlopen in de drie ketens te toetsen.

Zoals uit de tabel is af te lezen, komen de gemeten waarden voor  $\beta_{\text{sys}}$  overeen met de waarden volgens vergelijkingen (10-1) en (10-2). Voor een systeem waarin twee richtingen worden bekeken, is het dus een goede optie om de drie ketens afzonderlijk te besturen. Wanneer meerdere richtingen worden bekeken (in de praktijk heeft een centralegebouw verbindingen in ongeveer 100 richtingen), zal de veronderstelde onafhankelijkheid van de voorraadverlopen alleen maar aannemelijker worden (zie Van Houtum [9]).

#### 10.4.2 Basismodel

Tot slot hebben we een simulatie van het oorspronkelijke basismodel, zoals dat is beschreven in paragraaf 7.5, uitgevoerd. Het simulatiemodel is gelijk aan dat in Figuur 10-7, waarbij elk voorraadopunt is vervangen door twee voorraadpunten met een besturing zoals die in Figuur 10-3 is weergegeven.

De jaarvraag is gesteld op 247 2 Mbps-eenheden in richting A en 100 2 Mbps-eenheden in richting B. Verder zijn de volgende waarden voor de parameters gebruikt:

**Tabel 10-4: Parameters hybride simulatiemodel (2 echelons)**

	<i>Levertijd</i>	<i>Voorraadkosten</i>	<i>Bestelniveau</i>
ADM-A	0,4 jaar	fl.9,84	105
ADM-A-kaart	0,1 jaar	fl.9,84	35
ADM-B	0,4 jaar	fl.9,84	44
ADM-B-kaart	0,1 jaar	fl.9,84	17
TMX	0,4 jaar	fl.57,00	154
TMX-kaart	0,1 jaar	fl.57,00	46

Er is wederom gesimuleerd in runs met lengte 200.000 dagen en een opwarmtijd van 2000 dagen. Het aantal runs is zodanig gekozen dat de half-width van het 95%-betrouwbaarheidsinterval van de gemiddelde kosten kleiner is dan 1% van het gemiddelde, plus dat de half-widths van de 95%-betrouwbaarheidsintervallen van de  $\alpha$ -servicegraden alle kleiner zijn dan 0,2%.

De resultaten zijn weergegeven in

Tabel 10-5.

**Tabel 10-5: Resultaten simulatie basismodel**

	<i>Kosten</i>	<i><math>\alpha</math>-servicegraad</i>		
		<i>TMX</i>	<i>ADM-A</i>	<i>ADM-B</i>
De Bodt & Graves	15418	95,1%	95,2%	95,8%
Simulatie	15641	95,1%	94,7%	95,7%

We vinden inderdaad de resultaten die we verwacht hadden. Hieruit mogen we concluderen dat onafhankelijke besturing van de drie ketens een goede benadering is van de werkelijkheid.

## 11 Conclusies & Aanbevelingen

### 11.1 Conclusies

Het toepassen van voorraadbestedingstheorie op het UTN is iets wat op dit moment nog niet gebeurt, en wat misschien ook niet direct voor de hand ligt. Uit dit onderzoek blijkt echter dat het zeker mogelijk is dit te doen.

In dit verslag zijn enkele voorraadmodellen de revue gepasseerd. Hoewel hiervan het hybride model de werkelijkheid het dichtst lijkt te benaderen, is uit de analyse hiervan gebleken dat de wiskundige onderbouwing ervan niet het geschikte resultaat oplevert om eenvoudige relaties tussen diverse parameters te kunnen begrijpen. De opsplitsing van het hybride model in afzonderlijk te besturen seriële modellen blijkt een goed alternatief te zijn, zoals uit simulatieresultaten blijkt.

Berekeningen tonen aan dat er substantieel kosten bespaard kunnen worden wanneer niet alle kaarten ineens in een apparaat geplaatst worden, maar dit gefaseerd wordt gedaan. Hoewel er in het onderzoek geen vaste bestelkosten zijn verondersteld, geven de resultaten zeker aanleiding tot optimisme.

### 11.2 Aanbevelingen voor verder onderzoek

Zoals al meerdere malen is gesteld in het verslag, is verondersteld dat er geen vaste bestelkosten zijn. Het verdient dan ook aanbeveling te onderzoeken naar de resultaten die in dit onderzoek gevonden zijn in relatie tot bestelkosten.

Daarnaast is bij dit onderzoek enkel gekeken naar vraag naar 2 Mbps-verbindingen voor TF. Een logisch vervolg zou zijn om te kijken op welke manier vraag naar andere soorten verbindingen is in te passen in het model. Bovendien kan nader bekeken worden hoe de voorraad DXC's zou moeten worden bestuurd.

Een andere vereenvoudiging die is gedaan is het bekijken van verbindingen in slechts twee geografische richtingen vanuit een centralegebouw. Wanneer meerdere richtingen bekeken worden, en wanneer ook vaste bestelkosten worden meegenomen, zal het aantrekkelijk worden om aanvullingen voor verschillende richtingen te combineren. Te denken valt hierbij aan twee bestelniveaus voor elk voorraadpunt, waarbij het laagste niveau zelf een aanvulling veroorzaakt, maar waarbij ook bijbesteld wordt wanneer een ander voorraadpunt een aanvulling veroorzaakt, en de voorraad van het beschouwde voorraadpunt zich onder het hogere niveau bevindt. Hierbij wordt een afweging gemaakt tussen het extra laten komen van een monteur en de extra voorraadkosten die het eerder dan strikt noodzakelijk bijbestellen van apparatuur met zich meebrengt.

Tot slot is het aan te bevelen onderzoek te doen naar de haalbaarheid van het volgens de in dit verslag genoemde inzichten besturen van het UTN. Indien een dergelijk onderzoek positief blijkt uit te vallen, verdient het bovendien aanbeveling de diverse gemodelleerde processen nader te bekijken. Hierbij kan concreet gedacht worden aan de modellering van de vraagprocessen of eventuele tijdsafhankelijkheid van het systeem.

## 12 Referenties

- [1] Axsäter, S. (1990), **Simple solution procedures for a class of two-echelon inventory problems**, Operations Research 38(1), pp.64-69
- [2] Axsäter, S. (1997), **Simple evaluation of echelon stock (R,Q) policies for two-level inventory systems**, IIE Transactions 29, pp.661-669
- [3] Buitenhek, R., W.J. ter Horst, G.B. Visschers en F. Woudstra, **Voorraadbesturing in het internodenet**, KPN Research rapport RA-99-31918, januari 2000
- [4] Clark, A.J. (1958), **A dynamic, single-item, multi-echelon inventory model**, RM-2297, Santa Monica, California, The RAND Corporation
- [5] De Bodt, M.A. en S.C. Graves (1985), **Continuous-review policies for a multi-echelon inventory problem with stochastic demand**, Management Science 31(10), pp.1286-1299
- [6] Goor, A.R. van, W. Monhemius en J.C. Wortmann, **Polylogistiek zakboekje**, Koninklijke PBNA, Arnhem, 1993
- [7] Hopp, W.J. en M.L. Spearman, **Factory Physics**, Irwin, Chicago, 1996
- [8] Houtum, G.J. van, K. Inderfurth en W.H.M. Zijm (1996), **Materials coordination in stochastic multi-echelon systems**, European Journal of Operational Research 95, pp. 1-23
- [9] Houtum, G.J. van, **Beoordeling van het onderzoeksproject VINN**, 4 december 1999
- [10] Langenhoff, L.J.G. en W.H.M. Zijm (1990), **An analytical theory of multi-echelon production/distribution systems**, Statistica Neerlandica 44(3), pp.149-174
- [11] Nawijn, W.M., **Stochastische modellen in de OR**, Dictaat Universiteit Twente, februari 1999.
- [12] Silver, E.A., D.F. Pyke en R. Peterson, **Inventory Management and Production Planning and Scheduling**, third edition, John Wiley & Sons, New York, 1998

## A Oplosmethodes

### A.1 Axsäter

#### A.1.1 Inleiding

In [2] geeft Axsäter een evaluatiemethode voor *continuous review* divergente echelon voorraadmodellen. Het algemene model dat gebruikt wordt is dat van één magazijn (voorraadpunt 0) en N verkooppunten die allemaal door dit magazijn worden bevoorraad. Het artikel grijpt terug op Axsäter [1], een artikel dat een oplosmethode voor een (S-1,S)-strategie behandelt.

In paragraaf A.1.2 wordt het model verder beschreven. Vervolgens wordt in paragraaf A.1.3 het idee achter de methode uitgelegd, en in paragraaf A.1.3 wordt het algoritme zelf behandeld.

#### A.1.2 Beschrijving van het model

Axsäter beschouwt een divergent 2-echelon systeem, en doet de volgende aannames.

- De vraag in de verkooppunten wordt beschreven door samengestelde Poisson-processen die stationair en onderling onafhankelijk zijn.
- Alle aanvultijden worden deterministisch verondersteld.
- Vraag waaraan niet direct kan worden voldaan wordt nageleverd. De boetekosten zijn evenredig met de tijd tot de levering plaatsvindt.
- Er wordt gewerkt met een *continuous review* strategie. De methode is geen minimalisatiemethode, maar berekent de verwachte kosten bij gegeven bestelniveaus en -groottes.

De input-parameters hebben de volgende betekenis:

- N = aantal verkooppunten
- $\lambda_i$  = aankomstintensiteit van klanten bij verkooppunt i
- $f_{i,j}$  = kans op vraag ter grootte j bij verkooppunt i,  $f_{i,j}=0$  voor  $j < 1$
- $R_i$  = echelon voorraad bestelniveau voor verkooppunt i
- $R_0$  = echelon voorraad bestelniveau voor het magazijn
- $Q_i$  = batchgrootte voor verkooppunt i
- $Q_0$  = batchgrootte voor het magazijn
- $i_0$  = economische (installatie) voorraad voor het magazijn
- $i_0^0$  = initiële economische (installatie) voorraad voor het magazijn
- $C_i$  = gemiddelde voorraad- en boetekosten voor een bestelling gegenereerd door een klant bij verkooppunt i
- C = totale gemiddelde voorraad- en boetekosten per tijdseenheid



### A.1.3 Idee

De methode van Axsäter berekent de verwachte kosten van een product dat het systeem doorloopt, waarbij de bestelniveaus en batchgroottes als input dienen. Er wordt dus geen steady-state situatie berekend, en ook geeft het algoritme niet de optimale waarden voor de bestelniveaus en batchgroottes. Wel kan het gebruikt worden om een aantal combinaties door te rekenen en hieruit het minimum te bepalen.

Axsäter rekent met de economische voorraadniveaus relatief ten opzichte van het bestelniveau. Voor alle echelons geldt dat het voorraadniveau minimaal 1 is (wanneer het hier onder komt wordt meteen een bestelling gedaan en stijgt het niveau), en maximaal de batchgrootte waarmee het voorraadpunt wordt aangevuld (aangeduid met  $Q_i$  voor voorraadpunt  $i$ ).

Bij de berekening van de verwachte totale kosten wordt allereerst onderscheid gemaakt tussen de voorraad in het magazijn en die in de verkooppunten. Deze laatste wordt vervolgens opgesplitst in 'voorraad in één verkooppunt' en 'voorraad in de andere verkooppunten'. De kosten worden voor alle mogelijke combinaties van deze twee waarden berekend, en in de uiteindelijke berekening van de totale kosten wordt geconditioneerd naar deze waarden.

Een voorbeeld: stel we hebben te maken met drie voorraadpunten, die allemaal voorraadniveau 1, 2 of 3 aan kunnen nemen. Het algoritme berekent dan de verwachte kosten wanneer de voorraad in punt 1 gelijk is aan 1 en die in de overige punten (2 plus 3) gelijk aan 2, 3, 4, 5 of 6. Deze vijf situaties treden elk met een bepaalde kans op. Hetzelfde wordt gedaan voor het geval dat de voorraad in punt 1 gelijk is aan 2 en aan 3. Voor voorraadpunten 2 en 3 worden dezelfde berekeningen gemaakt. Uiteindelijk hebben we  $3 \cdot 3 \cdot 5 = 45$  combinaties van een waarde voor de kosten en een kans dat deze kosten optreden. Hiermee kunnen tenslotte de verwachte kosten berekend worden door de verwachte kosten per product te vermenigvuldigen met de verwachte vraag.

### A.1.4 Algoritme

In het algoritme worden de volgende variabelen gebruikt.

$$\begin{aligned}
 d_i &= \text{grootte van de vraag bij verkooppunt } i \\
 r_i &= \text{relatieve echelon voorraad voor installatie } i, \text{ d.w.z. de echelon voorraad is gelijk aan } R_i + r_i \\
 x_i &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N r_j \\
 q &= \text{GGD}(Q_i), i=0, \dots, N \\
 x_i^L &= N-1 \\
 x_i^U &= \sum_{j=1}^N Q_j
 \end{aligned}$$

#### Stap 1

Bepaal de steady-state verdelingen  $s_{i,k} = P(x_i = k)$  voor elke  $i$  recursief als volgt:

*recursiestap 1:*

$$s_{i,k}^{(1)} = \frac{1}{Q_m}, k = 1, \dots, Q_m \text{ waarbij verkooppunt } m \text{ het andere verkooppunt is;}$$

*recursiestap j:*

$$s_{i,k}^{(j)} = s_{i,k-1}^{(j)} + \frac{1}{Q_m} (s_{i,k-1}^{(j-1)} - s_{i,k-1-Q_m}^{(j-1)}), k = j, \dots, \bar{Q}_i^{(j)} \text{ als je verkooppunt } m \text{ als } j\text{-de toevoegt;}$$

waarbij  $\bar{Q}_i^{(j)}$  de som is van  $\{Q_n \mid \text{verkooppunt } n \text{ is opgenomen in de verdeling van } s_{i,k}^{(j)}\}$ .

## Stap 2

De steady-state verdelingen van  $r_0$  en  $i_0$  kunnen m.b.v. het volgende bepaald worden:

$$r_0(x_i, r_i, \alpha) = \left( \sum_{j=1}^N R_j - R_0 + i_0^0 + x_i + r_i \right) \bmod^* (q) + \alpha q$$

$$i_0(x_i, r_i, \alpha) = R_0 + r_0(x_i, r_i, \alpha) - \sum_{j=1}^N R_j - x_i - r_i$$

voor *gegeven*  $x_i$ ,  $r_i$  en  $\alpha$ .

De verdelingen van deze variabelen zijn als volgt (nog niet nodig bij deze stap):

- $r_i$  is uniform verdeeld op  $[1, Q_i]$ ;
- $x_i$  is verdeeld volgens  $s_{i,k}$  (zie stap 1);
- $\alpha$  is uniform verdeeld is op  $[0, Q_0/q-1]$ .

In de volgende stap kan er dus geconditioneerd worden naar deze variabelen.

## Stap 3

Bepaal

$$C_i = \sum_{d_i=r_i}^{\infty} f_{i,d_i} \sum_{\alpha=0}^{Q_0/q-1} \frac{q}{Q_0} \sum_{x_i=x_i^l}^{x_i^u} s_{i,x_i} \sum_{r_i=1}^{Q_i} \frac{1}{Q_i} C_i(d_i, \alpha, x_i, r_i)$$

$$\Rightarrow C_i = \frac{q}{Q_0 Q_i} \sum_{x_i=x_i^l}^{x_i^u} s_{i,x_i} \sum_{r_i=1}^{Q_i} \sum_{d_i=r_i}^{\infty} f_{i,d_i} \sum_{\alpha=0}^{Q_0/q-1} C_i(d_i, \alpha, x_i, r_i)$$

met

$$C_i(d_i, \alpha, x_i, r_i) = \sum_{p=1}^{nQ} w_i(u(p), v(p))$$

waarbij

$$n = \left\lfloor \frac{(d_i - r_i)}{Q_i} \right\rfloor + 1$$

en

$$u(p) = \begin{cases} \lfloor (i_0 - p) / Q_0 \rfloor Q_0 + Q_0 - r_0 + 1 & \text{voor } i_0 \geq p \\ -\max\{0, \lfloor (p - i_0 - 1) / Q_0 \rfloor Q_0 + r_0 - d_i\} & \text{voor } i_0 < p \end{cases}$$

$$v(p) = \begin{cases} R_i + r_i + p - 1 & \text{voor } R_i + r_i + p - 1 < 0 \\ \max\{0, R_i + r_i + p - d_i\} & \text{voor } R_i + r_i + p - 1 \geq 0 \end{cases}$$

en  $w_i(u, v)$  ook nog op een of andere manier gedefinieerd is.

## Stap 4

Bepaal

$$C = \sum_{i=1}^N \lambda_i C_i$$

Hiermee is het algoritme voltooid, ware het niet dat de functie  $w_i(u, v)$  nog gedefinieerd moet worden.

De functie  $w_i(u, v)$  is voor  $u, v \geq 0$  gelijk aan

$$w_i(u, v) = \Pi_i^v(u) + \gamma(u)$$

waarbij  $\Pi_i^{S_i}(S_0)$  de verwachte kosten zijn in verkooppunt  $i$  bij een (S-1,S)-strategie in elk voorraadpunt, en  $\gamma(S_0)$  de verwachte kosten in het magazijn (voorraadpunt 0). De volledige afleiding van de vergelijkingen voor de verwachte kosten zijn te vinden in Axsäter [1]. Hieronder volgt een korte samenvatting.

In Axsäter [1] wordt een (S-1,S)-strategie voor het divergente twee-echelon model gehanteerd. Een bestelling gedaan door een verkooppunt bij het magazijn komt aan na  $L_i + \Delta$  tijdseenheden, waarbij  $L_i$  de deterministische aanvultijd is en  $\Delta$  de vertraging die optreedt wanneer het magazijn leeg is op het moment dat er vraag optreedt. De verwachte kosten in het verkooppunt gegeven  $\Delta=t$  zijn

$$\pi_i^{S_i}(t) = \beta_i \int_0^{L_i+t} g_i^{S_i}(s)(L_i + t - s)ds + h_i \int_{L_i+t}^{\infty} g_i^{S_i}(s)(s - L_i - t)ds, S_i > 0$$

$$\pi_i^0(t) = \beta_i(L_i + t)$$

waarbij  $g_i^{S_i}(\cdot)$  de kansdichtheid is van de Erlang  $(\lambda_i, S_i)$ -verdeling.  $g_i^{S_i}(s)$  is de kans dat een nu bestelde component over een tijd  $s$  gevraagd wordt.

Omdat de vertraging ten gevolge van het leeg zijn van het voorraadpunt niet groter kan zijn dan de aanvultijd van het voorraadpunt, weten we dat  $0 \leq \Delta \leq L_0$ . De verdeling van  $\Delta$  is

$$P(\Delta = 0) = \sum_{k=0}^{S_0-1} \frac{\lambda_0^k L_0^k}{k!} e^{-\lambda_0 L_0} = 1 - G_0^{S_0}(L_0)$$

en voor  $0 \leq \Delta \leq L_0$

$$f(t) = g_0^{S_0}(L_0 - t) = \frac{\lambda_0^{S_0} (L_0 - t)^{S_0-1}}{(S_0 - 1)!} e^{-\lambda_0(L_0-t)},$$

waarmee we kunnen conditioneren naar  $t$ :

$$\Pi_i^{S_i}(S_0) = \int_0^{L_0} g_0^{S_0}(L_0 - t) \pi_i^{S_i}(t) dt + (1 - G_0^{S_0}(L_0)) \pi_i^{S_i}(0).$$

De vergelijking voor  $\gamma(u)$  is eenvoudiger, de afleiding is analoog aan die van  $\pi_i^{S_i}(t)$ :

$$\gamma(S_0) = h_0 \int_{L_0}^{\infty} g_0^{S_0}(s)(s - L_0) ds.$$

## A.2 De Bodt en Graves

### A.2.1 Inleiding

De Bodt en Graves beschrijven in [5] een oplosmethode voor een n-echelon serieel voorraadsysteem. Omdat bij dit onderzoek gekeken is naar systemen met maximaal 2 echelons, zal de uitleg van de oplosmethode beperkt worden tot dit geval.

In de volgende paragraaf zal begonnen worden met een beschrijving van het systeem, en de aannames die hierbij gedaan worden. Vervolgens worden in paragraaf A.2.3 de formules afgeleid waarmee de optimale oplossing van het model bepaald kan worden. Tot slot wordt in paragraaf A.2.4 de implementatie van het programma in Delphi besproken.

### A.2.2 Beschrijving van het model

De Bodt en Graves beschouwen een serieel 2-echelon systeem, en doen de volgende aannames.

- Vraag treedt alleen op bij het laagste voorraadpunt, en is altijd één artikel groot. De tussenaankomsttijden zijn onderling onafhankelijk, en in ons geval exponentieel verdeeld.
- Alle aanvultijden zijn deterministisch.
- Vraag waaraan niet direct kan worden voldaan wordt nageleverd. Voor elke nalevering worden boetekosten in rekening gebracht.
- Er wordt gewerkt met een *continuous review* strategie. Het doel is om de verwachte kosten te minimaliseren.
- Er worden alleen geneste strategieën beschouwd, dat wil zeggen dat wanneer een voorraadpunt een bestelling plaatst, ook alle lagere voorraadpunten bestellen. Om ervoor te zorgen dat de strategie stationair is, dient de bestelgrootte in elk voorraadpunt een veelvoud te zijn van de bestelgrootte in het volgende, lagere voorraadpunt.

De input-parameters hebben de volgende betekenis:

$Q_i$	=	Bestelhoeveelheid in voorraadpunt i
$n$	=	$Q_2/Q_1$
$R_i$	=	Bestelniveau in voorraadpunt i
$C(Q, R_1, R_2)$	=	Verwachte kosten als functie van $Q$ , $R_1$ en $R_2$
$l_i$	=	Aanvultijd voor voorraadpunt i
$a_i$	=	Vaste bestelkosten in voorraadpunt i
$h_i$	=	Voorraadkosten in voorraadpunt i per eenheid per tijdseenheid
$b_i$	=	Boetekosten in voorraadpunt i per eenheid
$d$	=	Verwachte jaarvraag
$f(x l_i)$	=	Kansverdeling van de vraag gedurende een aanvultijd

### A.2.3 Bepaling van de optimale oplossing

Hieronder volgt een korte afleiding van de vergelijkingen voor de bestelniveaus. Om te beginnen bepalen we de setupkosten gedurende een jaar. Deze zijn gelijk aan de setupkosten per jaar bij voorraadpunt 1 plus de setupkosten per jaar bij voorraadpunt 2. Hierbij zijn de setupkosten per jaar gelijk aan de setupkosten per bestelling maal het

aantal bestellingen per jaar. Dit laatste getal is weer gelijk aan de totale vraag per jaar gedeeld door de batchgrootte. We vinden dus:

$$\text{Setupkosten} = \frac{a_1 d}{Q_1} + \frac{a_2 d}{n Q_1}. \quad (\text{A-1})$$

Vervolgens bepalen we de voorraadkosten bij voorraadpunt 2. Vlak voor een aanvulling is het voorraadvlak hier gelijk aan  $\int_0^\infty (R_2 - x)f(x | I_2) dx$  waarbij  $f(x | I_2)$  de kansdichtheid is van de vraag gedurende een periode  $I_2$ . Vlag na een aanvulling is het voorraadvlak gelijk aan het bovenstaande plus  $Q_2 = n Q_1$ . Dit leidt tot:

$$\text{Voorraadkosten bij 2} = h_2 \left( \frac{n Q_1}{2} + \int_0^\infty (R_2 - x)f(x | I_2) dx \right). \quad (\text{A-2})$$

Op soortgelijke manier zijn de gemiddelde voorraadkosten bij voorraadpunt 1 af te leiden. We moeten echter wel in de vergelijking verwerken dat we in 1 van de  $n$  gevallen een *joint replenishment* hebben. Dit houdt in dat we in  $n-1$  van de  $n$  gevallen een normale aanvulling hebben, waarbij het voorraadvlak vlak voor de aanvulling gelijk is aan  $\int_0^\infty (R_1 - x)f(x | I_1) dx$ . In het overgebleven geval hebben we een aanvulling die direct volgt op een aanvulling van voorraadpunt 2. Dit kunnen we beschouwen als een aanvulling bij aanvulniveau  $R_2$  met een aanvultijd van  $I_1 + I_2$ . Het voorraadvlak in punt 1 vlak voor de aanvulling is dus gelijk aan  $\int_0^\infty (R_2 - x)f(x | I_1 + I_2) dx$ . In beide gevallen is het voorraadvlak vlak na een aanvulling gelijk aan het niveau vlak voor de aanvulling plus  $Q_1$ . We vinden dus:

$$\begin{aligned} \text{Voorraadkosten bij 1} = \\ h_1 \left( \frac{Q_1}{2} + \frac{n-1}{n} \int_0^\infty (R_1 - x)f(x | I_1) dx + \frac{1}{n} \int_0^\infty (R_2 - x)f(x | I_1 + I_2) dx \right) \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

Ook bij de berekening van de boetekosten moeten we onderscheid maken tussen een normale aanvulling van voorraadpunt 1 en één die samenvalt met de aanvulling van voorraadpunt 2. Vrijwel analoog aan de berekening van de voorraadkosten bij voorraadpunt 1 vinden we dat in  $n-1$  van de  $n$  gevallen de boetekosten gelijk zijn aan  $b \int_{R_1}^\infty (x - R_1)f(x | I_1) dx$  en in het andere geval aan  $b \int_{R_2}^\infty (x - R_2)f(x | I_1 + I_2) dx$ . Verder weten we dat het aantal aanvullingen per jaar van voorraadpunt 1 gelijk is aan  $d/Q_1$ , dus het resultaat is:

$$\begin{aligned} \text{Boetekosten} = \\ \frac{bd}{Q_1} \left( \frac{n-1}{n} \int_{R_1}^\infty (x - R_1)f(x | I_1) dx + \frac{1}{n} \int_{R_2}^\infty (x - R_2)f(x | I_1 + I_2) dx \right). \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

Eenvoudig volgt uit bovenstaande dat

$$\text{Totale kosten} = C(Q_1, R_1, R_2) =$$

$$\text{Setupkosten} + \text{Voorraadkosten bij 1} + \text{Voorraadkosten bij 2} + \text{Boetekosten}.$$

De optimale waarden voor  $Q_1$ ,  $R_1$  en  $R_2$  zijn nu te vinden door  $C(Q_1, R_1, R_2)$  partieel te differentiëren naar  $Q_1$  resp.  $R_1$  resp.  $R_2$ . In het algemene geval vinden we dan een drietal vergelijkingen  $Q_1(R_1, R_2)$ ,  $R_1(Q_1)$  en  $R_2(Q_1)$ , dat wil zeggen de variabelen zijn afhankelijk van de overige variabelen. Om de oplossing van deze vergelijkingen te vinden stellen De Bodt en Graves een iteratieve procedure voor die alterneert tussen het oplossen van  $Q_1(R_1, R_2)$  en van  $R_1(Q_1)$  en  $R_2(Q_1)$ . Omdat in ons model  $Q_1$  constant is, reduceert het vinden van de optimale oplossing tot het oplossen van de vergelijkingen voor  $R_1$  en  $R_2$ :

$$P(X \geq R_1) = \int_{R_1}^{\infty} f(x | I_1) dx = \frac{h_1 Q_1}{bd} \quad (\text{A-5})$$

en

$$P(X \geq R_2) = \int_{R_2}^{\infty} f(x | I_1 + I_2) dx = \frac{(h_1 + nh_2)Q_1}{bd} \quad (\text{A-6})$$

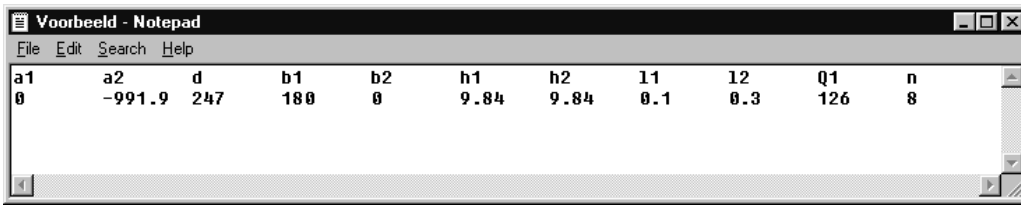
De kosten van de optimale oplossing kunnen nu worden gevonden door  $Q_1$  en de gevonden waarden voor  $R_1$  en  $R_2$  in te vullen in  $C(Q_1, R_1, R_2)$ .

## A.2.4 Implementatie

De methode van De Bodt en Graves is in Delphi geïmplementeerd. In deze paragraaf wordt eerst een korte uitleg van het programma gegeven. Vervolgens wordt een aantal (fout-)meldingen die specifiek voor dit programma gelden besproken.

### A.2.4.1 Uitleg

Het programma werkt met input uit een tekstbestand. De vorm van dit bestand is weergegeven in Figuur A-1.



**Figuur A-1: Input file Voorbeeld.txt**

De eerste regel wordt door het programma genegeerd. In Voorbeeld.txt is deze regel gebruikt om de namen van de parameters in op te nemen. Op de tweede regel staan vervolgens de waarden van de parameters. De waarden dienen op één regel te staan, en te worden gescheiden door tabs.

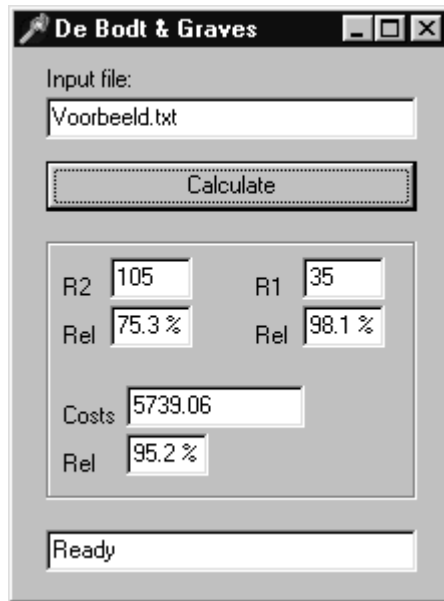
In Tabel A-1 is weergegeven welke parameters als input dienen, wat hun domein is en wat ze betekenen.

**Tabel A-1: Parameters voor De Bodt & Graves**

<i>Parameter</i>	<i>Domein</i>	<i>Betekenis</i>
a1, a2	$\mathbf{R}$	Vaste bestelkosten voor voorraadpunt 1 resp. 2
d	$\mathbf{R}^+$	Vraag per jaar
b1	$\mathbf{R}^+$	Boetekosten gebruikt bij optimalisatie
b2	$\mathbf{R}_0^+$	Boetekosten gebruikt bij kostenberekening
h1, h2	$\mathbf{R}_0^+$	Voorraadkosten voor voorraadpunt 1 resp. 2
l1, l2	$\mathbf{R}_0^+$	Aanvultijd voor voorraadpunt 1 resp. 2
Q1	$\mathbf{N}^+$	Bestelgrootte voor voorraadpunt 1
n	$\mathbf{N}^+$	Factor tussen de bestelgrootte voor voorraadpunt 1 en die voor voorraadpunt 2 ( $n = Q_2 / Q_1$ )

Wanneer het programma gestart wordt, verschijnt een invulscherf. Hierin kan op de bovenste witregel (onder "Input file:") de naam van de input file worden ingetikt. Wanneer

vervolgens op de knop "Calculate" wordt gedrukt, berekent het programma de optimale oplossing bij de gegeven inputparameters, zie Figuur A-2.



**Figuur A-2: Invulscherm De Bodt & Graves**

De betekenis van de velden is als volgt:

**Tabel A-2: Betekenis van de velden**

<i>Veld</i>	<i>Betekenis</i>
R2	Optimaal bestelniveau voorraadpunt 2
R1	Optimaal bestelniveau voorraadpunt 1
Costs	Verwachting van de minimale kosten
Rel	Servicegraad, met de klok mee en startend linksboven behorend bij een joint replenishment, bij een normal replenishment en de resulterende servicegraad

#### A.2.4.2 (Fout-)meldingen

In deze paragraaf worden de drie meldingen die specifiek door dit programma gegeven kunnen worden besproken. Naast deze meldingen is het ook mogelijk dat het programma andere (fout-)meldingen geeft (bijvoorbeeld een "Division by zero" melding), dit zijn algemene Delphi-meldingen die hier verder niet besproken worden.

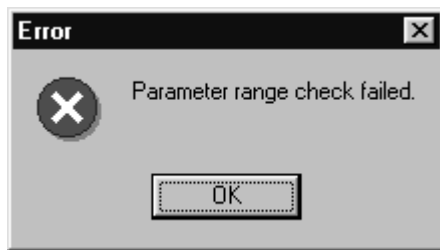
#### Niet-bestaande input file



**Figuur A-3: Foutmelding bij invoeren niet-bestaande input file**

Wanneer een niet-bestaande naam in het "Input file:"-veld wordt ingevoerd, verschijnt de foutmelding in Figuur A-3. Klik op "OK" en voer alsnog een bestaande naam in, gevolgd door een klik op "Calculate".

### Parameter buiten zijn domein



**Figuur A-4: Foutmelding dat een parameter een niet-toegestane waarde heeft**

Wanneer aan één of meerdere van de input parameters een waarde wordt toegekend die buiten zijn domein ligt (zie Tabel A-1), verschijnt de foutmelding in Figuur A-4. Wanneer de input file wordt aangepast en opgeslagen, kan opnieuw op de "Calculate" knop worden geklikt om de berekening alsnog uit te voeren.

### Eerste term in SumInf gelijk aan 0



**Figuur A-5: Melding dat SumInf met een 0-term begint**

De melding in Figuur A-5 houdt in dat de eerste term in de functie SumInf gelijk aan 0 is. SumInf voert de volgende berekening uit:

$$\text{SumInf}(x_{\text{start}}, \text{signum}(x), R, \lambda) = \sum_{x=x_{\text{start}}}^{\infty} (\text{signum}(x) \cdot x + R) f(x | \lambda)$$

waarbij  $f(x|\lambda)$  de Poisson-verdeling van  $x$  is met parameter  $\lambda$ .

Omdat tot oneindig sommeren te lang duurt, wordt de sommatie afgekapt zodra  $x \geq \lambda$  én de toename kleiner is dan  $\varepsilon$ , waarbij de standaardinstelling  $\varepsilon = 10^{-6}$  is. Wanneer nu de eerste term gelijk aan 0 is zal de sommatie direct worden afgekapt, omdat SumInf een initiële waarde van 0 heeft en de toename dus 0 is. Uitzondering hierop is het geval waarin  $x < \lambda$ , in dat geval wordt de sommatie niet afgekapt. In het algemeen zal bovenstaande melding dus voor kennisgeving aangenomen kunnen worden, het is echter goed om na te gaan of er niet iets speciaals aan de hand is.