Verdelen van de beschikbare tijd in het operatiekamercomplex
Bachelorscriptie

Leerstoel Stochastic Operation Research
Universiteit Twente

Nicole Havinga,
s0166340
Mik Schous,
s0149551
Astrid Stallmeyer,
s0194190

Begleiders:
J.B. Vink-Timmer en M.E. Zonderland

10 juni 2011

Samenvatting

In dit onderzoek beschrijven we een verdeelmechanisme dat de beschikbare uren op de operatiekamers van een ziekenhuis eerlijk verdeelt onder de verschillende medische specialismen.

De huidige manier van verdelen wordt over het algemeen niet beschouwd als eerlijk. Deze verdeling is namelijk gebaseerd op indelingen van de afgelopen jaren en verworven (historische) rechten, waardoor het moeilijk is voor specialismen om hun productie uit te breiden. Specialismen weten dat ze naar alle waarschijnlijkheid niet alle aangevraagde uren toegewezen krijgen, aangezien er te weinig capaciteit is. Om te voorkomen dat zij te weinig uren krijgen kan het gebeuren dat ze teveel uren aanvragen. Hierdoor kan het voorkomen dat specialismen meer uren toegewezen krijgen dan ze nodig hebben, het gevolg is wachtrijen bij andere specialismen en leegstand van de operatiekamers.

We hebben gezocht naar een eerlijk alternatief waarbij specialismen niet te veel uren aanvragen en zo de leegstand voorkomen wordt en ook de wachtrij bij specialismen verkleind wordt. Een verdeelmechanisme is eerlijk als iedereen wordt gestimuleerd om zijn echte vraag op te geven. Bij een eerlijk verdeelmechanisme gaat een specialisme er nooit op vooruit wanneer hij oneerlijk biedt.

We hebben in de literatuur gezocht naar een eerlijk verdeelmechanisme en we kwamen snel op veilingen uit. De specialismen uit het ziekenhuis worden dus de bieders van de veiling en krijgen een budget vanuit het ziekenhuis. De beschikbare uren op de operatiekamers worden het geveilde goed. Een bruikbaar mechanisme voor ons model is de 'random nth-price auction' [8]. Deze veiling trekt een willekeurig getal k en deelt aan de k-1 hoogste bieders een vastgesteld aantal uren uit voor de prijs van het k-de bod. Dit mechanisme leidt tot het eerlijk verdelen van k-1 blokken uren.

Wij willen echter de gehele capaciteit van het ziekenhuis opdelen en hebben daarom het verdeelmechanisme dermate uitgebreid dat alle uren worden verdeeld onder de specialismen. In de uitgebreide dynamische veiling wordt de 'random nth-price auction' meerdere keren uitgevoerd totdat de capaciteit verdeeld is. Als er minder dan k-1 blokken over zijn noemen we deze ronde 'de laatste ronde'. De resterende blokken worden willekeurig toegekend aan de k-1 hoogste bieders, door middel van een trekking uit een uniforme verdeling. Een deel van deze specialismen krijgt dus wel uren toegewezen en een ander deel niet. Hierbij wordt geen voorkeur gegeven aan diegene die hoger heeft geboden. Iedereen onder de k-1 hoogste bieders maakt dus een even grote kans om nog uren te krijgen.

Het bod van een specialisme wordt gevormd uit de totale vraag van het specialisme en de persoonlijke waarde die het specialisme voor zijn vraag over heeft. De persoonlijke waarde geeft dus aan hoeveel de vraag voor dat specialisme waard is. Om vast te stellen dat met dit mechanisme een specialisme er nooit op vooruit gaat wanneer hij oneerlijk biedt, dat wil zeggen dat hij meer biedt dan hij ervoor overheeft, wordt een nutsfunctie geïntroduceerd. Deze geeft het nut weer als het verschil tussen de persoonlijke waarde geschaald op het aantal uren waarop het specialisme biedt en de hoeveelheid geld die het specialisme voor de uren uitgeeft. Het doel is dus dat dit verschil bij eerlijke biedingen nooit kleiner is dan bij oneerlijke biedingen. In dit onderzoek is bewezen dat dit uitgebreide mechanisme resulteert in eerlijk bieden. Daarnaast is het een veiling waarbij men ervan uitgaat dat er meerdere goederen zijn van gelijke waarde en

dat het mechanisme rekening kan houden met verschillende vraag, persoonlijke waarde en nutsfuncties van de deelnemers van de veiling. Daarom kan worden gezegd dat dit mechanisme geschikt is voor het specifieke probleem van het ziekenhuis en dat dit leidt tot een verdeling die eerlijker is dan de verdeling met de huidige verdeelsleutel.

Inhoudsopgave

1 Voorwoord

Dit is het verslag van de bachelorscriptie 'Verdelen van de beschikbare tijd in het operatiekamercomplex' van Technische Wiskunde bij de leerstoel Stochastic Operations Research aan de Universiteit Twente. Het afgelopen semester hebben we ons bezig gehouden met het vinden van een eerlijk verdeelmechanisme voor de operatiekamertijd in een ziekenhuis. We zijn erg tevreden over het verloop van het onderzoek en hopen dat het een representatieve afsluiting van de afgelopen drie jaar bacheloropleiding is. Het verslag geeft eerst de literatuurstudie, en dan aansluitend het model. Hierbij wordt in het model een uitgebreide omschrijving gegeven van de probleembeschrijving, de aanpak, het mechanisme, de variabelen en parameters, de aannames en de gebruikte functies. Vervolgens wordt het model geanalyseerd, gevalideerd en geverifieerd. Er wordt aandacht besteed aan de simulaties van ons model en de gevoeligheid van het model onderzocht. Daarna komen de numerieke resultaten. Tot slot volgen de conclusies, andere toepassingen en aanbevelingen.

2 Inleiding

In elk ziekenhuis worden de operatiekamers door verschillende specialismen gebruikt. Artsen van de verschillende specialismen kunnen aan het begin van het jaar een aanvraag indienen waarin ze vragen om een bepaald aantal uren in de operatiekamer voor het gehele jaar. Spoedoperaties worden buiten beschouwing gelaten aangezien hier soms aparte faciliteiten voor zijn en buiten kantooruren uitgevoerd worden. Over het algemeen is er sprake van ondercapaciteit, dit wil zeggen dat er meer vraag is naar operatiekameruren dan er capaciteit beschikbaar is. Door ondercapaciteit zullen specialismen niet alle uren in de operatiekamer toegewezen krijgen die ze aanvragen. Dit kan ertoe leiden dat specialismen meer uren aanvragen dan ze daadwerkelijk nodig hebben, ze hopen dat ze dan uiteindelijk op de daadwerkelijke vraag uitkomen. Daarnaast worden de uren momenteel verdeeld door te kijken naar de verdeling van de afgelopen jaren en door de invloed die artsen uitoefenen op degene die de uren toekent. Dit maakt het systeem niet flexibel. Doordat de specialismen een oneerlijke vraag opgeven en door de inflexibiliteit van het systeem komt leegstand van de operatiekamers voor, wat leidt tot langere wachtlijsten voor patiënten. Sommige specialismen krijgen namelijk meer uren toegewezen dan ze nodig hebben doordat ze teveel aanvragen, waardoor er bij andere specialismen wachtrijen ontstaan.
In de huidige situatie worden de uren dus toegekend op basis van historische verdelingen en verworven rechten, deze manier van verdelen wordt niet als eerlijk beschouwd. De opdracht is dus om op zoek te gaan naar een alternatief verdeelmechanisme. Een verdeelmechanisme wordt als eerlijk beschouwd als het voor iedere deelnemer het meest oplevert om een eerlijke vraag op te geven. Dit impliceert dat een specialisme er in een eerlijk model nooit op vooruit kan gaan in nut wanneer deze een oneerlijke vraag opgeeft. De operatiekameruren zullen op jaarbasis verdeeld worden, dit betekent dat elk specialisme van het betreffende ziekenhuis een aantal uur operatiekamertijd krijgt voor het gehele jaar. De verdere verdeling van het aantal toegekende uren over de dagen of weken valt niet binnen de onderzoeksvraag van dit verslag.
Er wordt gezocht naar een manier om de operatiekameruren op eerlijke wijze te verdelen. Het doel is om een model op te stellen waardoor het voor de specialismen niet gunstig is om teveel of te weinig uren aan te vragen, en juist wel gunstig om een correcte aanvraag te doen. Een speciaal type verdeelmechanisme is een veilingsmechanisme. Bij een veiling wordt ervan uitgegaan, dat elke bieder een bod plaatst voor een goed. Voor dit goed heeft de bieder echter ook een persoonlijke waarde, die aangeeft hoeveel hem het goed echt waard is. Het veilingsmodel dat voor het opstellen van een eerlijk mechanisme gebruikt wordt is de 'random nth-price auction' [8], welke uitgebreid wordt. De 'random nth-price auction' wordt in de literatuur beschouwd als een eerlijk mechanisme en het blijkt dat de uitbreiding van de 'Random nth-price auction' naar meerdere rondes ook eerlijk is en goed toegepast kan worden op het probleem van het ziekenhuis.

3 Literatuuronderzoek

Tijdens het zoeken naar literatuur over eerlijke verdeelmechanismes in het ziekenhuis valt op dat er veel is geschreven over de toepassingen van technieken uit de Operations Research in de medische sector. Een groot deel van deze literatuur gaat echter over het maken van roosters voor de operatiekamers of het verkorten van wachttijden van patiënten [2, 3, 4, 6, 13]. Ten opzichte van deze literatuur verschilt ons onderzoek daarin dat het niet gaat over het maken van een rooster, maar over het maken van een eerlijke verdeling van de operatiekameruren op jaarbasis. Over eerlijke verdelingen van operatiekameruren in het ziekenhuis is er weinig geschreven. Daarom is de zoektocht naar literatuur uitgebreid naar verdeelmechanismes die leiden tot het eerlijk opgeven van de vraag, waarbij men snel uitkomt op veilingsmodellen. In de literatuur is veel gevonden over verschillende type veilingen [5, 7, 9, 11]. Een veel gebruikte eerlijke veiling is de 'Second Price Auction' [1], waarbij de hoogst biedende partij het goed krijgt voor de prijs van het op een na hoogste bod. Deze veiling wordt welliswaar gezien als een eerlijke veiling, maar er is sprake van slechts één eenheid van het te veilen goed. Hierdoor is het mechanisme niet geschikt voor dit onderzoek, een uitbreiding van dit mechanisme is echter wel geschikt.
De uitbreiding van dit model is de 'random nth-price auction' [8], waarbij meerdere eenheiden van het te veilen goed verdeeld worden. Deze veiling wordt in de literatuur ook beschreven als een eerlijke veiling. Voor alle deelnemers is de optimale strategie om de persoonlijke waarde te bieden die zij aan het goed hechten. Dit leidt tot eerlijk opgeven van de vraag en het eerlijke opgeven van de persoonlijke waarde. Dit model is echter alleen beschreven voor één veilingsronde, waarin meerdere eenheden van een goed aangeboden worden
Gezocht wordt naar een dynamisch model dat meerdere rondes in een veiling uitvoert. Er is contact gezocht met meneer Shogren, auteur van het artikel 'A random nth-price auction' [8]. Hij was niet op de hoogte van mogelijk vervolgonderzoek en raadde aan om naar het 'Santa Claus Problem' [12] te kijken. Dit bleek na verder onderzoek ook niet bruikbaar te zijn voor het onderzoek, want ook hier wordt er geprobeerd om in een keer alle capaciteit te verdelen. Bovendien staat in de 'random nth-price auction' het willekeurige element centraal, waardoor bij een toepassing op het ziekenhuisprobleem ook specialismen met een kleine persoonlijke waarde en vraag kans maken op het verkrijgen van uren. Om bovengenoemde reden is er gekozen voor de optie om de 'random nth-price auction' uit te breiden naar meerdere rondes. De basis van deze veiling lijkt erg op het mechanisme van de 'random nth-price auction', alleen de bods- en nutsfuncties zijn aangepast en er is een speciale laatste ronde ingevoerd. Deze uitgebreide veiling is geschikt voor ons model, omdat dit een eerlijk verdeelmechanisme blijkt te zijn. Het is een veiling waarbij men ervan uitgaat dat er meerdere goederen zijn van gelijke waarde en het mechanisme kan rekening houden met verschillende vraag, persoonlijke waarde en nutsfuncties van verschillende specialismen.

4 Model

4.1 Probleembeschrijving en aanpak

De vraag naar operatiekameruren in een ziekenhuis is vaak groter dan de beschikbare capaciteit, waardoor er een verdeelmechanisme moet worden gebruikt om de beschikbare uren te verdelen onder de verschillende specialismen. Als verdeelmechanisme kan er een veiling opgesteld worden, de veiling die in dit verslag onderzocht en uitgebreid wordt is de 'random nth-price auction' [8]. Deze veiling wordt gezien als een eerlijke veiling en zal worden uitgebreid zodat deze gebruikt kan worden voor meerdere rondes en nog steeds leidt tot eerlijkheid.

4.2 Mechanisme

Om het probleem te vertalen naar de context van een veiling, moeten een aantal termen vastgelegd worden. De specialismen worden de deelnemers van de veiling die allemaal een eigen budget hebben. Dit budget wordt door het ziekenhuis bepaald. Het geveilde goed is een blok van een aantal uren operatiekamertijd, de grootte van dit blok is voor elke ronde gelijk. De oorspronkelijke 'random nth-price auction' begint met het doorgeven van de biedingen door de specialismen. Vervolgens wordt een willekeurig getal k getrokken, k element van $2...N$, waarbij N het aantal bieders is. Daarna worden de biedingen gerangschikt. De k-1 hoogste bieders krijgen ieder één eenheid van het geveilde goed voor de prijs van het k-de bod [8]. De andere bieders krijgen niets (voor de bijbehorende nutsfuncties en de resulterende optimale strategie zie sectie 4.6). Dit mechanisme wordt uitgebreid naar meerdere rondes, waarbij er extra aandacht aan besteed moet worden dat de capaciteit ook daadwerkelijk opgemaakt wordt. Het oorspronkelijke mechanisme deelt per ronde namelijk k-1 blokken uit, het kan echter gebeuren dat het mechanisme van de uitgebreide 'random nth-price auction' meer uren uit wil delen dan er qua capaciteit over is, in dat geval kunnen de laatste uren op twee manieren verdeeld worden.

De eerste strategie verdeelt de resterende capaciteit als volgt: de resterende uren worden willekeurig verdeeld onder de winnende partijen. Stel: de vier hoogste bieders zouden één eenheid van het goed krijgen maar er zijn slechts twee eenheden over, dan worden twee van de vier bieders willekeurig gekozen die dan beide één eenheid van het product krijgen.

Bij de tweede strategie krijgen alle partijen een even groot deel van de uren. Stel: de eerste vier zouden één eenheid goed krijgen maar er zijn slechts twee eenheden over, dan krijgen ze allemaal een half blok aan uren.

Deze twee strategiën zullen later nog besproken worden, zie sectie 4.6.3.

De persoonlijke waarde die een specialisme aan een goed hecht, is precies de waarde die het specialisme voor het goed overheeft. Als eerlijke bieding wordt beschouwd dat een specialisme zijn persoonlijke waarde als bod indient.

4.3 Parameters

Voor de veiling gaat men uit van de volgende situatie: het ziekenhuis heeft N specialismen die elk een totale vraag $V(i)$ aan operatiekamertijd hebben. Aan deze vraag hechten de specialismen een persoonlijke waarde $PV(i)$, die aangeeft hoeveel de totale vraag hen waard is. De totale beschikbare capaciteit operatiekameruren C wordt dan via de veiling in blokken ter grootte van B uren verdeeld onder de specialismen. Bovendien heeft elk specialisme een budget $BU(i)$, waarmee geboden kan worden. De parameters zijn ter overzicht samengevat in tabel 1.

Afkorting	Parameter
N	Aantal specialismen
C	Totale jaarlijks beschikbare capaciteit (operatiekameruren)
B	Blokgrootte per veilingsronde
$V(i)$	Totale vraag specialisme i
$BU(i)$	Budget specialisme i
$PV(i)$	Totale persoonlijke waarde specialisme i

Tabel 1: Parameters

4.4 Variabelen

Door de parameters is de situatie van de veiling gedefineerd, het is nu van belang om de werking van de veiling te beschrijven. Het veilingsmodel voert rondes van de veiling uit, waarbij een specialisme i per ronde r een bod $BO(i,r)$ in moet dienen. Om het bod te bepalen heeft het specialisme een persoonlijke waarde per ronde, $PVB(i,r)$, die van verschillende factoren afhangt, zie *sectie* 4.6.2. Het kan ook voorkomen dat een aantal specialismen niet meebiedt in een ronde, omdat deze reeds aan hun vraag voldaan zijn. Daarom wordt met $M(r)$ het aantal biedende specialismen per ronde genoteerd. Vervolgens wordt dan het willekeurige getal $k(r)$ getrokken. De op hoogte gesorteerde biedingen krijgen rangnummers $R(i,r)$, waarbij $\beta(r)$ het $k-de$ hoogste bod is. Na afloop van een veilingsronde wordt vastgesteld hoeveel uren een specialisme voor hoeveel geld krijgt en hoeveel nut het specialisme hieraan heeft. Gesommeerd over alle rondes noteren $T(i)$, $U(i)$ en $NU(i)$ respectievelijk het totaal aantal toegekende uren, het totale uitgegeven geld en het totale nut (T, U en NU worden over alle rondes gesommeerd). Elk specialisme heeft als doel om een zo groot mogelijk nut aan het eind van de veiling te verkrijgen. Een samenvatting over de variabelen volgt in tabel 2.

Afkorting	Variabele
$PVB(i,r)$	Persoonlijke waarde specialisme i voor ronde r
$BO(i,r)$	Bod specialisme i voor ronde r
$M(r)$	Aantal biedende specialismen voor ronde r
$k(r)$	Willekeurig getal getrokken tussen 2 en M voor ronde r
$R(i,r)$	Rangnummer specialisme i voor ronde r (afhankelijk van hoogte bod)
$\beta(r)$	k-de hoogste bod voor ronde r
$T(i)$	Totaal aantal toegekende uren aan specialisme i
$U(i)$	Totaal uitgegeven geld van specialisme i
$NU(i)$	Totaal nut van specialisme i

Tabel 2: Variabelen

4.5 Aannames

1. Elk specialisme heeft zijn eigen persoonlijke waarde voor zijn totale vraag: $PV(i)$.

2. Elk uur heeft dezelfde objectieve waarde, dit betekent dat de uren in de middag even veel waard zijn als in de ochtend.

3. Als een specialisme al zijn gewenste uren bemachtigd heeft, dan biedt deze niet meer mee.

4. De grootte van de blokken die geveild worden is niet groter dan de vraag van het kleinste specialisme: $B \leq min_i V(i)$.

5. Er is ondercapaciteit: $C \leq \sum_i V(i)$.

4.6 Functies bij het veilingsmechanisme

4.6.1 Nutsfuncties

1. Nutsfunctie - 'Random nth-price auction'
   Het idee van de nutsfunctie als je slechts één ronde zou hebben (van de 'random nth-price auction' [8]) is als volgt: het nut wordt bepaald door het verschil tussen de persoonlijke waarde van het specialisme $PV(i)$ en het prijsbepalende k-de bod β. In het geval dat het specialisme niet onder de k-1 specialismen valt die een blok toegekend krijgen is het nut van het specialisme gelijk aan nul.

   $$NU(i) = \begin{cases} PV(i) - \beta & \text{als } BO(i) > \beta; \\ 0 & \text{als } BO(i) \leq \beta. \end{cases}$$

   De optimale strategie die uit deze functie volgt, is om je persoonlijke waarde te bieden [8]. Dit is namelijk het bod wat het nut maximaliseert. Dit idee is het uitgangspunt om de biedingen van de specialismen per ronde te bepalen. Hierbij wordt er rekening gehouden met de persoonlijke waarde voor één ronde en de nog resterende vraag van een specialisme.

2. Nutsfunctie - Uitgebreide 'random nth-price auction'
   Bij de uitgebreide 'random nth-price auction' hoort een aangepaste nutsfunctie. Per ronde wordt het verkregen nut $NU(i)$ van een specialisme bepaald en uiteindelijk wordt het nut uit alle rondes voor elk specialisme bij elkaar opgeteld om tot het totale nut $NU(i)$ voor elk specialisme te komen. De nutsfunctie voor een ronde ziet er dan als volgt uit:

   $$NU(i,r) = \begin{cases} PVB(i,r) - \beta & \text{als } BO(i,r) > \beta(r); \\ 0 & \text{als } BO(i,r) \leq \beta(r). \end{cases}$$

Het uiteindelijke totale nut NU wordt verkregen door het nut van alle rondes bij elkaar op te tellen.

Een punt waar nog aandacht aan besteed moet worden is of er een weegfactor ingebouwd moet worden. Bij de veiling gaat het erom dat de uren verdeeld worden, het doel van de specialismen is namelijk om aan hun vraag te voldoen. Men kan zich dus afvragen of een specialisme niet meer waarde aan verkregen uren zou hechten, dan aan het besparen van geld. Als men dit in het model meeneemt dan komt dit neer op het introduceren van een weegfactor $w(i)$ afhankelijk van het specialisme i, de nutsfunctie wordt dan:

$$NU(i,r) = \begin{cases} PVB(i,r) - w(i)\beta(r) & \text{als } BO(i,r) > \beta(r); \\ 0 & \text{als } BO(i,r) \leq \beta(r). \end{cases}$$

$w \geq 1$ zou betekenen dat er meer waarde aan uren verkrijgen gehecht wordt, $w < 1$ zou betekenen dat er meer waarde wordt gehecht aan geld besparen.
Bij het invoeren van een weegfactor $w \neq 1$ blijkt dat een specialisme erop vooruit kan gaan wanneer deze oneerlijk biedt, wat nadrukkelijk niet de bedoeling van het mechanisme is.
Wanneer men kijkt naar het doel van dit mechanisme blijkt snel dat alleen $w = 1$ geaccepteerd kan worden: het doel is dat de specialismen gemotiveerd worden om eerlijk te bieden. Hierdoor is besloten dat de weegfactor niet in het model hoort en de nutsfunctie in de oorspronkelijke vorm blijft staan.
Dit besluit leidt ertoe dat er altijd even veel waarde gehecht wordt aan 'uren verkrijgen' als aan 'weinig geld uitgeven'. Een specialisme met weinig uren en weinig uitgegeven geld zou dus op hetzelfde nut uit kunnen komen dan een specialisme dat aan zijn hele vraag is voldaan maar veel geld hiervoor heeft uitgegeven.

4.6.2 Bodbepalende functie - Persoonlijke waarde

Uit het mechanisme van de 'random nth-price auction' volgt dat de optimale strategie die het nut maximaliseert bij een eenmalige veiling voor een specialisme is om zijn persoonlijke waarde te bieden [8], dus $BO(i) = PV(i)$. Uitgaande van deze optimale strategie wordt de persoonlijke waarde per ronde bepaald.
Om het bod voor een veiling van meerdere rondes te bepalen moet de persoonlijke waarde geschaald worden op de grootte van de geveilde blokken en de vraag van het specialisme, dit is de $PVB(i,r)$:
Er kan naar verschillende soorten functies gekeken worden als het gaat om de persoonlijke waarde in verhouding tot de toegewezen uren.

- Een lineair verband
  Bij een lineair verband wordt er vanuit gegaan, dat de persoonlijke waarde alleen geschaald moet worden op de grootte van de geveilde blokken. Dit komt neer op: $PVB(i,r) = \frac{PV(i)}{V(i)} \cdot B$.
  De persoonlijke waarde voor de betreffende ronde wordt dus de persoonlijke waarde voor de blokgrootte die er in die ronde beschikbaar is.

- Een niet-lineair verband
  Het is zeer aannemelijk dat voor een specialisme nog andere factoren dan de blokgrootte bij de persoonlijke waarde meespelen. Er wordt dan uitgegaan van een afnemende meeropbrengst.

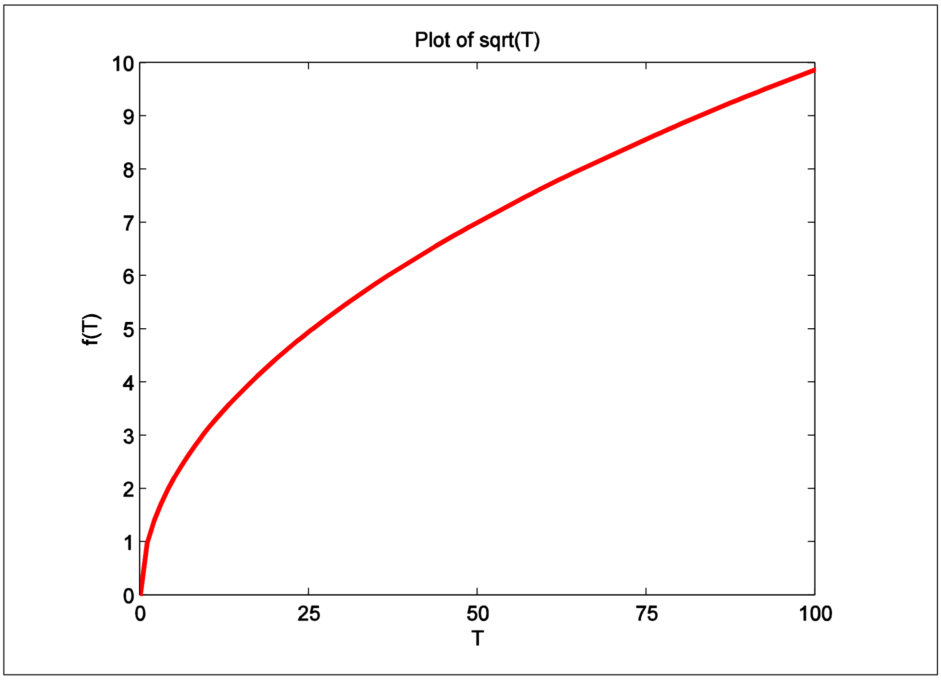
  Stel bijvoorbeeld dat de totale vraag van een specialisme 1000 uren is, en na een aantal rondes heeft het specialisme al 990 uren toegewezen gekregen. Aangezien hij al bijna aan zijn vraag is voldaan, zal hij in deze situatie voor de komende ronde minder waarde aan de resterende 10 uren hechten, dan in de situatie dat hij nog helemaal geen uren bemachtigd heeft.

Bij een lineair verband wordt er geen rekening meer gehouden met de rondes waarin de veiling zich bevindt, dit kan als een nadeel ervaren worden. Als de blokgrootte elke ronde hetzelfde is, dan zou een lineair verband ervoor zorgen dat de persoonlijke waarde voor elke ronde hetzelfde is. Dit betekent ook dat een specialisme die in de eerste ronde het meest biedt ook in de volgende rondes het hoogste bod doet. De veiling wordt dus wel uitgebreid naar meerdere rondes maar de hoogte van de biedingen veranderen niet. Het mechanisme krijgt een dynamischer gedrag als men uitgaat van een niet-lineair verband zoals boven beschreven. Hierdoor worden de rondes wel meegenomen, in vorm van het aantal reeds toegewezen uren. Vanaf nu wordt er uitgegaan van een afnemende meeropbrengst.

Voor de schaling wordt dus naar een functie $f(T)$ gezocht van welke de stijging, dus de afgeleide, kleiner wordt naarmate het aantal toegewezen uren toeneemt. In het begin, dus bij weinig toegekende uren, zal deze stijging groot zijn. Een type functie die hieraan voldoet is de volgende:

$$f(T) = a_1 \sqrt[\alpha]{T} + a_2 \tag{1}$$

α kan hierbij nog worden ingevuld, echter geldt $\alpha > 1$, aangezien voor $\alpha < 1$ de functie $f(T)$ niet concaaf is, en voor $\alpha = 1$ een lineair verband ontstaat, dat geen rekening met het aantal reeds toegewezen uren houdt. Het gaat voornamelijk om de concaviteit van de functie, zodat de persoonlijke waarde afneemt naarmate een specialisme meer uren heeft bemachtigd (dus een afnemende meeropbrengst). In het verdere verloop wordt dus $\alpha > 1$ verondersteld. Bij alle simulaties en output wordt echter van $\alpha = 2$ uitgegaan.
Bijvoorbeeld voor het geval $\alpha = 2$, $a_1 = 1$ en $a_2 = 0$ ziet dit eruit als in figuur 1.



Figuur 1: f(T)=$\sqrt{T}$

Nu wordt er gekeken naar de voorwaarde waaraan de functie moet voldoen: Als de vraag nul is dan is de persoonlijke waarde van een specialisme ook nul, dus een specialisme wil niet betalen voor iets dat het niet nodig heeft. Als het geveilde blok even groot is als de totale vraag van het specialisme, dan biedt deze zijn totale persoonlijke waarde. Er moet dus voldaan worden aan de volgende restricties:

- $f(0) = 0$
- $f(V) = PV$

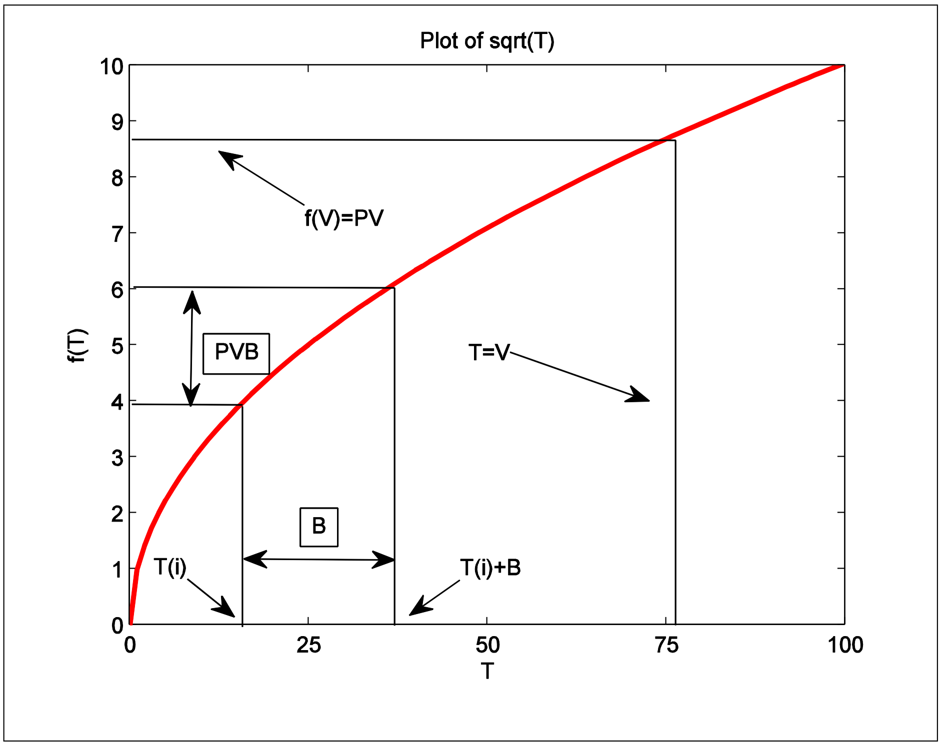
Uit de eerste restrictie volgt dat $a_2 = 0$. Uit de tweede restrictie volgt dat:

$$PV = a_1 \sqrt[\alpha]{V} \Rightarrow a_1 = \frac{PV}{\sqrt[\alpha]{V}} \tag{2}$$

Invullen in de oorspronkelijke vergelijking geeft dan:

$$f(T) = \frac{PV}{\sqrt[\alpha]{V}} \cdot \sqrt[\alpha]{T} = PV \cdot \sqrt[\alpha]{\frac{T}{V}} \tag{3}$$

Om nu te kijken welke persoonlijke waarde het blok B heeft kan ter verduidelijking gekeken worden naar figuur 2.



Figuur 2: f(T)=$\sqrt{T}$

De persoonlijke waarde van het blok (B) wordt als volgt bepaald:

$$PVB(i) = f(T(i) + B) - f(T(i)) = \frac{PV(i)}{\sqrt[\alpha]{V(i)}}(\sqrt[\alpha]{T(i) + B} - \sqrt[\alpha]{T(i)}) \quad (4)$$

Zo wordt dan ook het bod van een ronde bepaald: $PVB(i, r) = BO(i, r)$.

4.6.3 Uitkerende functie

Voor het uitkeren van uren aan specialismen zijn er twee mogelijke situaties: er is genoeg, dat wil zeggen k-1 blokken, capaciteit over om te verdelen óf er is niet genoeg capaciteit over om te verdelen. Als er niet genoeg capaciteit is dan worden de uren of willekeurig verdeeld onder de k-1 hoogste bieders, of de resterende uren worden in gelijke delen over de k-1 winnende specialismen verdeeld. De twee strategiën zijn hieronder in detail beschreven.

- Voldoende capaciteit
  Als er voldoende capaciteit is ($C \geq B(k-1)$), krijgen de k-1 hoogste bieders B uren toegekend tegen de prijs van het k-de bod β, dus voor de k-1 partijen:

$$U(i) = U(i) + \beta \quad (5)$$

$$T(i) = T(i) + B \quad (6)$$

Voor de 'verliezende' partijen verandert er niets, dat wil zeggen:

$$U(i) = U(i) \tag{7}$$

$$T(i, r) = T(i) \tag{8}$$

- Onvoldoende capaciteit - ratioverdeling
  Als er onvoldoende capaciteit is ($C < B(k-1)$), kunnen de resterende uren naar ratio onder de k-1 hoogste bieders verdeeld worden als volgt:

  $$U(i) = U(i) + \beta \frac{C}{k-1} \tag{9}$$

  $$T(i) = T(i) + \frac{C}{k-1} \tag{10}$$

  Voor de 'verliezende' partijen verandert er niets. Een voordeel van deze invulling van de laatste ronde is, dat elk van de k-1 winnende specialismen nog uren toegewezen krijgt. Het nadeel van het verdelen naar ratio is dat het kan zijn dat er dan fracties van uren worden toegekend. Dit is echter niet wenselijk, de operatiekamer wordt over het algemeen namelijk per dagdeel ingeroosterd.

- Onvoldoende capaciteit - willekeurige verdeling
  Als er onvoldoende capaciteit is ($C < B(k-1)$), worden de resterende uren willekeurig verdeeld over de k-1 hoogste bieders.
  Dit gebeurt 'willekeurig' via een uniforme verdeling: wanneer k-1 deelnemers volgens het mechanisme een blok uren zouden krijgen, maar er zijn slechts j blokken over ($j < k-1$). Er worden dan j deelnemers met een uniforme verdeling uit de k-1 hoogste bieders willekeurig gekozen, welk elk één blok uren krijgt. 'Willekeurig' betekent dus dat elk specialisme dat onder de k-1 hoogste bieders valt, gelijke kansen heeft om nog een blok van de resterende j blokken te bemachtigen. Het voordeel van dit mechanisme is dat er in gehele blokken wordt uitgekeerd, wat dus later goed in te roosteren is. Bovendien sluit dit mechanisme goed aan bij het idee van de 'random nth-price auction', waar ook telkens een getal via de uniforme verdeling getrokken wordt.
  Voor de 'verliezende' partijen verandert er niets.

De invloed van het kiezen voor de invulling van de laatste ronde zal niet zo groot zijn: deze treedt namelijk alleen nog maar op als er minder dan k-1 blokken over zijn. Dit betekent dat de uiteindelijke verdeling al grotendeels bepaald is, en een specialisme er maximaal nog maar één blok uren bij kan krijgen. Daarom wordt voor het verdere onderzoek gekozen voor de willekeurige verdeling in de laatste ronde, dit past beter bij de 'random nth-price auction'.

4.7 Opzet van het model

Het mechanisme van de uitgebreide 'random nth-price auction' is stap voor stap overgezet naar een simulatiemodel, zie Appendix D.
Allereerst zijn de parameters die het hele model gelijk blijven vastgezet, deze parameters zijn:

- Het aantal specialismen
- De totale te verdelen capaciteit
- De grootte van de blokken die geveild worden
- De vector die de totale vraag van de specialismen weergeeft
- De vector die de totale persoonlijke waarde van de specialismen weergeeft

Er worden vectoren opgesteld die de gebeurtenissen tijdens het uitvoeren van het mechanisme bijhouden, welke zo nodig in een ronde worden aangepast, namelijk de vectoren die:

- Het aantal reeds toegekende uren per specialisme bijhoudt
- Het totaal uitgegeven budget per specialisme bijhoudt
- Aangeeft wat de specialismen in een specifieke ronde bieden
- Het resterende budget van de specialismen bijhoudt
- Het verkregen nut van de specialismen bijhoudt

Nu alle beginwaarden vast zijn gezet, zal het model beginnen met de rondes van het mechanisme uitvoeren. Dat gebeurt stapsgewijs op de volgende manier:

1. Zolang de capaciteit niet in zijn geheel is verdeeld, wordt de hoogte van de biedingen bepaald.

    - Hier wordt er rekening gehouden met het overige budget en de overige vraag van de specialismen.

    - Wanneer een specialisme voldaan is aan zijn vraag wordt hij uit het systeem gefilterd zodat deze geen bod plaatst (in feite een bod ter hoogte 0).

    - Ook wordt er hier geregeld dat de specialismen niet meer kunnen bieden dan hun overige budget groot is.

2. Vervolgens worden de biedingen gesorteerd van hoog naar laag. D.w.z.: Het hoogste bod krijgt rangnummer één, de één na hoogste bieding krijgt rangnummer twee, etc.

    - Wanneer er slechts één specialisme is dat nog niet aan zijn vraag voldaan is (de rest van de biedingen is 0), dan betaalt deze zijn eigen bieding voor de betreffende ronde(s).

- Wanneer er gelijke biedingen gedaan worden, dan worden de betreffende rangnummers voor die specialismen willekeurig toegekend.

3. Nu wordt een willekeurig getal k getrokken tussen twee en het aantal meebiedende specialismen M (dus het aantal specialismen dat nog niet aan zijn vraag voldaan is).
4. Hierna worden er uren uitgedeeld over de winnende specialismen (de k-1 hoogste bieders).
5. Eerst wordt er gekeken of er genoeg capaciteit over is om te verdelen over de winnende specialismen

   - Wanneer er voldoende capaciteit is, dan krijgen de winnende specialismen een blok uren. De vectoren voor het aantal reeds toegekende uren, het uitgegeven budget en voor het resterende budget aangepast. Ook wordt de nieuwe overige capaciteit bepaald.

   - Wanneer er onvoldoende capaciteit over is om te verdelen ($C < (k-1)B$) over de specialismen, dan is de laatste ronde van het mechanisme in werking gesteld.

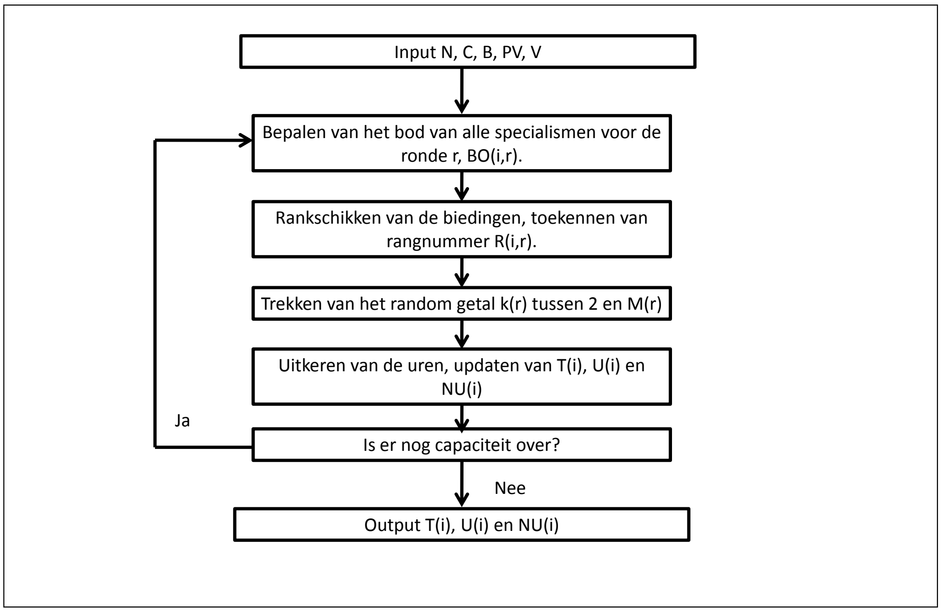
   Dit wil zeggen dat de resterende uren willekeurig worden verdeeld over de winnende partijen. Dit gebeurt door uit de k-1 winnende specialismen met een uniforme verdeling precies zoveel specialismen te trekken als er nog blokken over zijn (C/B). Ook hier worden de vectoren voor het aantal reeds toegekende uren, het uitgegeven budget en het resterende budget worden aangepast. De nieuwe overige capaciteit is nu 0, alle capaciteit is verdeeld.

6. Vervolgens wordt het nut per specialisme bepaald en wordt de betreffende vector bijgewerkt.
7. Zolang de capaciteit nog niet verdeeld is zal het model weer bij stap 1 beginnen.

Wanneer de capaciteit in zijn geheel verdeeld is, geven T, U en NU een overzicht van de verdeling.

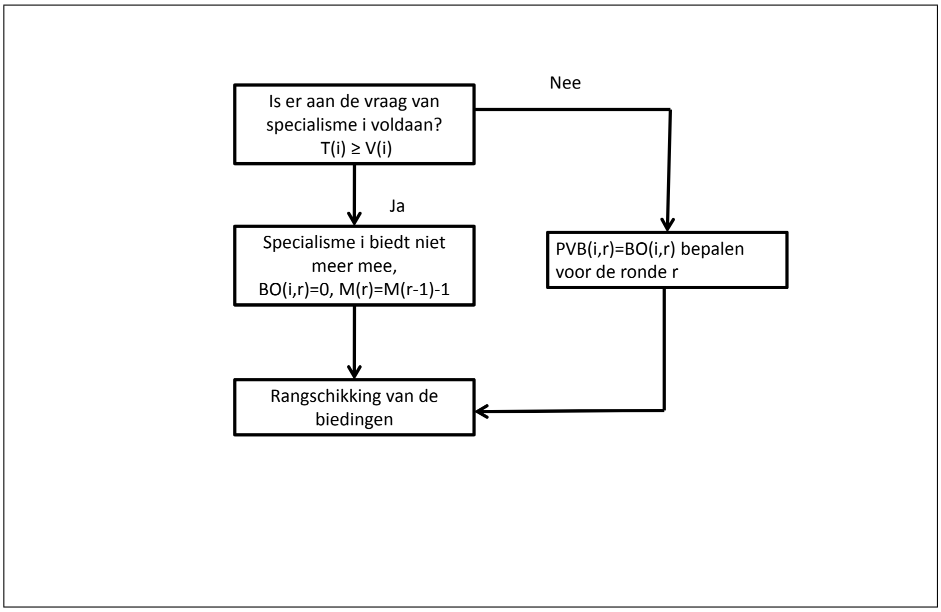
4.8 Blokschema

Om het mechanisme van de veiling op een overzichtelijke manier duidelijk te maken is het vertaald naar de volgende blokschema, zie figuur 3:

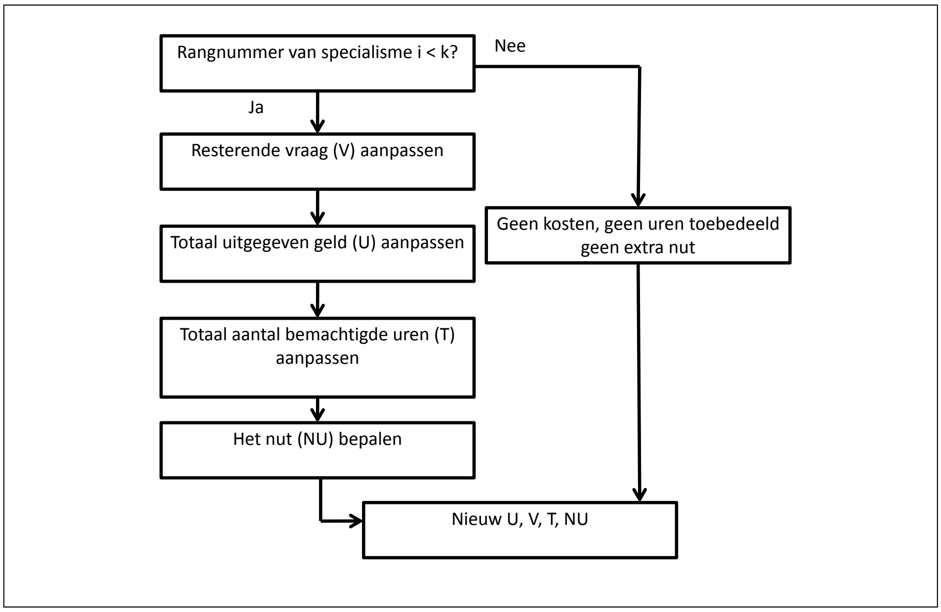


Figuur 3: Het mechanisme

Voor het bepalen van de biedingen en voor het bepalen van de uitkeringen (stap 3 en stap 5) kunnen weer nieuwe blokschema's, figuur 4 en 5, opgesteld worden.



Figuur 4: Het bepalen van de biedingen



Figuur 5: Het bepalen van de uitkeringen

5 Analyse eerlijkheid van het mechanisme

Wanneer er wordt gesproken over oneerlijk bieden, dan zijn er twee mogelijkheden: overbieden en onderbieden. Bij onderbieden doet een specialisme een bod dat kleiner is dan zijn persoonlijke waarde en bij overbieden doet hij een bod dat hoger is dan zijn persoonlijke waarde. Bij elk van deze mogelijkheden kunnen verschillende situaties plaatsvinden m.b.t. de rangorde van de specialismen en hun nut. Er wordt gekeken naar de rangpositie van het oneerlijk biedende specialisme x en zijn bijbehorende nut.
In de beschouwde situatie biedt één van de specialismen oneerlijk. Als er maar één specialisme oneerlijk biedt zijn de uitkomsten makkelijker met elkaar te vergelijken als wanneer er twee of meer oneerlijk bieden. Dan is niet makkelijk na te gaan wat de precieze invloed is van het oneerlijk bieden van een specialisme. Bovendien is het voor de specialismen slechts interessant om te kijken wat er voor henzelf gebeurt bij het doen van oneerlijke biedingen, niet wat er voor de andere specialismen gebeurt. Het is een situatie van 'ieder voor zich', waardoor het niet nodig is om te kijken naar de situatie waarin meerdere specialismen oneerlijk bieden. Een specialisme is echter ook alleen geïnteresseerd om zijn eigen nut te verhogen, en niet om andere specialismen te helpen of schade toe te brengen.
Het over- en onderbieden zullen los van elkaar bekeken worden. Overbieden wordt bedoeld dat het specialisme meer biedt dan zijn eerlijk bod. Onderbieden is dus juist minder bieden dan het eerlijke bod.

5.1 Overbieden

Lemma 1
Voor elk specialisme geldt dat zijn nut er nooit op vooruit gaat wanneer hij oneerlijk biedt door overbieden.

Bewijs
Stel in een zekere ronde zou het specifieke specialisme x rangnummer m hebben wanneer deze eerlijk zou bieden, maar door overbieden verandert zijn rangnummer in $m_{oneerlijk}$.. Dit is het geval wanneer het specialisme dusdanig meer biedt, dat zijn bod groter wordt dan dat van de specialismen die eerst een hoger rangnummer hadden. Hier moet er gekeken worden wat dan met het nut gebeurt. Het nut van specialisme x bij eerlijk bieden is hier $NU(x)$ en wordt met oneerlijk bieden $NU_{oneerlijk}(x)$. Het k-de bod is het prijsbepalende bod. De verschillende situaties zijn hier als volgt (met 'winnen' wordt telkens bedoeld 'bij de k-1 hoogste biedingen te zitten'):

1. Rangnummer van specialisme x verandert niet
    - In deze situatie maakt het niet uit of specialisme x het prijsbepalende bod is of niet, en ook niet of hij zou winnen of niet. Doordat de rangschikking van de specialismen gelijk blijft, verandert het nut voor specialisme x niet.

2. Rangnummer van specialisme x wordt lager
   - Stel bij eerlijk bieden wint het specialisme niet, bij oneerlijk bieden ook niet.
     Het nut van specialisme x verandert niet.
   - Stel bij eerlijkheid zou hij niet winnen en had niet het rangnummer k-de bod, nu wint hij wel.
     Het specialisme x krijgt nu wel uren, maar betaalt meer dan zijn persoonlijke waarde. Dit levert een negatief nut voor hem op.
   - Het specialisme zou bij eerlijkheid niet winnen, maar had wel het rangnummer waardoor de hoogte van de betaling wordt bepaald, bij oneerlijk bieden wint hij wel.
     Het specialisme x krijgt nu wel uren, maar betaalt meer dan zijn persoonlijke waarde. Dit levert een negatief nut voor hem op.
     (Zijn nut kan gelijk blijven wanneer het nieuwe prijsbepalende bod zijn persoonlijke waarde is $[NU(x) = NU_{oneerlijk}(x) = 0]$)
   - Zowel bij eerlijk als ook bij oneerlijk bieden wint het specialisme.
     Het nut van specialisme x verandert niet.

De conclusie die hier getrokken kan worden is dat een specialisme er nooit op vooruit gaat wanneer deze oneerlijk biedt, zijn nut wordt kleiner of gelijk als het nut bij eerlijk bieden. Deze redenering is terug te vinden in tabel 3.

Verandering rangnummer	Nieuwe rangpositie	Nut
$m_x = m$		$NU_{oneerlijk}(x) = NU(x)$
$m_{oneerlijk} < m$	$k \leq m_{oneerlijk} < m$	$NU_{oneerlijk}(x) = NU(x)$
	$m_{oneerlijk} < m < k$	$NU_{oneerlijk}(x) = NU(x)$
	$m_{oneerlijk} < k \leq m$	$NU_{oneerlijk}(x) \leq NU(x)$ i.h.b. $NU_{oneerlijk}(x) \leq 0$
$m_{oneerlijk} > m$	Komt niet voor	

Tabel 3: Mogelijke situaties bij overbieden

5.2 Onderbieden

LEMMA 2
Voor elk specialisme geldt dat zijn nut er nooit op vooruit gaat wanneer hij oneerlijk biedt door onderbieden.

Bewijs
Stel in een zekere ronde zou het specialisme x rangnummer m hebben wanneer deze eerlijk zou bieden, maar door onderbieden wordt zijn rangnummer $m_{oneerlijk}$.
Het nut van specialisme x bij eerlijk bieden is hier $NU(x)$ en wordt met oneerlijk bieden $NU_{oneerlijk}(x)$.
Het k-de bod is het prijsbepalende bod. De verschillende mogelijkheden zijn:

1. Rangnummer van specialisme x blijft hetzelfde

    - Evenals bij overbieden maakt het ook hier niet uit of specialisme x het prijsbepalende bod is of niet, en ook niet of hij zou winnen of niet met eerlijk bieden.
    Doordat de rangschikking van de specialismen gelijk blijft, verandert het nut voor specialisme x niet.

2. Rangnummer van specialisme x wordt hoger

    - Wanneer specialisme x met eerlijk bieden niet zou winnen, dan zit specialisme x met oneerlijk (onder-)bieden nog steeds niet onder de k-1 hoogste biedingen.
    Het nut van specialisme x verandert niet.
    - Wanneer specialisme x met eerlijk bieden wel zou winnen en ook met oneerlijke biedingen zou winnen.
    Hier blijft zijn nut $NU(x)$ gelijk.
    - Wanneer specialisme x met eerlijk bieden wel zou winnen maar met oneerlijk bieden niet.
    Het nut van specialisme x gaat achteruit.
    (Zijn nut kan gelijk blijven wanneer het oude prijsbepalende bod zijn persoonlijke waarde was $[NU(x) = NU_{oneerlijk}(x) = 0]$)

Ook hier kan de conclusie getrokken worden is dat een specialisme er nooit op vooruit kan gaan wanneer deze oneerlijk biedt, zijn nut wordt kleiner of blijft gelijk aan zijn nut bij eerlijk bieden.
Deze redenering is terug te vinden in tabel 4.

Verandering rangnummer	Nieuwe rangpositie	Nut
$m_{oneerlijk} = m$		$NU_{oneerlijk}(x) = NU(x)$
$m_{oneerlijk} > m$	$m_{oneerlijk} > m \geq k$	$NU_{oneerlijk}(x) = NU(x)$
	$m_{oneerlijk} \geq k > m$	$NU_{oneerlijk}(x) \leq NU(x)$ i.h.b. $NU_{oneerlijk}(x) = 0$
$m_x < m$	Komt niet voor	

Tabel 4: Mogelijke situaties bij onderbieden

In beide gevallen, onder- en overbieden, is de conclusie dat een specialisme er nooit op vooruit kan gaan wanneer deze oneerlijk biedt. Dus kan de conclusie getrokken worden dat het veilmechanisme aanzet tot eerlijk bieden.

5.3 Laatste ronde

> LEMMA 3
> Voor elk specialisme geldt dat zijn nut er nooit op vooruit gaat wanneer hij oneerlijk biedt als de laatste ronde plaatsvindt.

Bewijs
Bij het bepalen van de eerlijkheid van de laatste ronde kan de structuur van het bewijs van een gewone ronde gevolgd worden.

In de situaties waar het nut voor een oneerlijk biedend specialisme achteruit kan gaan, zal het bij de laatste ronde niet altijd achteruit gaan. Als het specialisme door overbieden wint (terwijl hij met eerlijk bieden zou verliezen), dan kan het namelijk gebeuren dat hij door de loting alsnog geen uren toegekend krijgt waardoor zijn nut er niet op achteruit gaat, aangezien het nut voor deze ronde gelijk zou zijn aan nul. In dit geval gaat het specialisme niet achteruit, maar ook niet vooruit. Zijn nut zal voor eerlijkheid en oneerlijkheid hetzelfde zijn.
Wanneer het specialisme door de loting wel uren toegekend krijgt, dan geldt dezelfde redenatie als bij Lemma 1. Het nut van het specialisme gaat achteruit, hij betaalt namelijk meer voor het blok uren dan hij ervoor overheeft. (Zijn nut zou wederom gelijk blijven wanneer het nieuwe prijsbepalende bod zijn persoonlijke waarde is $[NU(x) = NU_{oneerlijk}(x) = 0]$.)

Bij onderbieden geldt een zelfde soort redenatie: als het specialisme met eerlijk bieden zou winnen maar door onderbieden niet, dan kan het zijn dat hij door de loting (bij eerlijk bieden) alsnog geen uren toegekend krijgt waardoor zijn nut er niet op achteruit gaat wanneer hij onderbiedt. Ook hier maakt oneerlijk bieden geen verschil op het nut.
Het specialisme x zal er dus nog steeds niet op vooruit gaan wanneer hij oneerlijk biedt, maar de kans dat hij erop achteruit gaat is kleiner geworden.
Wanneer het specialisme bij eerlijk bieden zou winnen met de veiling en nu door onderbieden niet, dan gaat zijn nut achteruit. (Wanneer het prijsbepalende bod bij eerlijke biedingen gelijk is aan de persoonlijke waarde van het onderbiedende specialisme, dan blijft het nut gelijk $[NU(x) = NU_{oneerlijk}(x) = 0]$.)

Hieruit kan worden opgemaakt dat het ook in de laatste ronde gunstig is voor de specialismen om eerlijk te bieden.

Het effect van de laatste ronde zal overigens niet erg groot zijn wanneer er een voldoende grote capaciteit is en deze in voldoende rondes (kleine blokgrootte) verdeeld wordt. Ook zal de laatste ronde niet altijd zoals hier beschreven plaatsvinden, het mechanisme kan ook eindigen door in een gewone ronde precies de resterende capaciteit te verdelen.

5.4 Gehele veiling

Stelling 1
Voor de gehele veiling is eerlijk bieden de optimale strategie voor elk specialisme.

Bewijs
Uit Lemma 1 en Lemma 2 kan worden afgeleid dat in een willekeurige ronde (welk niet de laatste is) eerlijk bieden de optimale strategie is. Als het in elke willekeurige ronde optimaal is om eerlijk te bieden, dan is het optimaal om élke ronde (tot de laatste) eerlijk te bieden.

Uit Lemma 3 kan worden afgeleid dat eerlijk bieden de optimale strategie is in de laatste ronde.

Uit deze twee conclusies blijkt dat de optimale strategie voor het gehele proces is om eerlijk te bieden.

6 Verificatie

Bij de verificatie wordt er gekeken of het mechanisme goed vertaald is naar een model. Het simuleren van het veilingmodel gebeurt met een zelfgeschreven programma in $Matlab$ (zie Appendix D).
Voor de variabelen worden vectoren aangemaakt, zodat elk element van de vector voor een bepaald specialisme staat. Als initialisatie worden de vectoren voor zowel het aantal toegekende uren (T) en het uitgegeven geld (U), als ook voor het nut (NU) voor elk specialisme op nul gezet. Vervolgens worden de biedingen van de specialismen bepaald (met de bodbepalende functie, zie sectie 4.6.2) voor de situatie dat elk specialisme eerlijk biedt. Het oneerlijk laten bieden van een specialisme kan er handmatig ingezet worden, door bijvoorbeeld het bod van een specialisme te verhogen of te verlagen. Het is makkelijk om een specialisme oneerlijk te laten bieden, door deze in elke ronde 10% meer te laten bieden dan bij eerlijke biedingen. Er wordt ook nagegaan of een specialisme niet al aan zijn vraag is voldaan. Als zijn vraag voldaan is wordt zijn bod op nul gezet en het aantal biedende specialismen M op $M-1$ gezet. Als de biedingen bepaald zijn worden de biedingen gerangschikt en het willekeurige getal k uit een uniforme verdeling tussen 2 en M getrokken. In het geval dat het k-de bod een nul-bieding is (in feite dus een specialisme dat niet meer mee biedt), dan wordt k verhoogd, net zolang tot het k-de bod ongelijk aan nul is. Nu worden de uitkeringen bepaald. Hiertoe worden de vectoren bijgewerkt en het nut tot dan toe per specialisme bepaald. De vector voor NU telt dus automatisch het nut van een ronde op bij het nut van de vorige rondes. Dan begint de volgende ronde. Ook is er rekening gehouden met het geval dat twee specialismen hetzelfde bod willen plaatsen en dus allebei hetzelfde rangnummer r zouden krijgen, er wordt met een loting bepaald wie van de twee specialismen het rangnummer r krijgt en welk r+1. Voor het geval dat er minder dan k-1 blokken te verdelen zijn wordt de laatste ronde ingeleid, zodat de nog resterende capaciteit in een laatste ronde willekeurig verdeeld wordt onder de winnende partijen van de veiling. Dit gebeurd door uit de k-1 hoogste biedingen met een trekking uit een uniforme verdeling C/B biedingen te trekken, C/B is immers het resterende aantal blokken wat uit te delen is.
Het voordeel van simuleren is dat er goed kan worden nagelopen hoe de veiling werkt. Op deze manier wordt er ook een gevoel voor het model opgebouwd en hoe gevoelig het mechanisme is op het veranderen van bepaalde parameters, zie hiervoor ook sectie 10.
Verder kan er makkelijk worden nagelopen wat het mechanisme in extreme gevallen doet: dit kan een heel groot aantal specialismen zijn of bijvoorbeeld extreme ondercapaciteit, zodat de specialismen allemaal duidelijk minder dan hun vraag toegewezen kunnen krijgen.
Voor het verdere onderzoek is het vooral van belang om het effect van oneerlijk bieden te onderzoeken en simuleren. Hierbij worden eerst een aantal runs gedaan met als uitgangspunt eerlijk bieden, met telkens dezelfde parameters. Op deze manier kan er bijgehouden worden wat de uitkomsten ongeveer zouden moeten zijn als elk specialisme zijn persoonlijke waarde biedt. Dit moet een aantal keer gedaan worden, aangezien het uitkeren van uren op basis van een willekeurig getal gebeurt, kunnen er fluctuaties per ronde inzitten.
Nu kan men een specialisme kiezen en het oneerlijk laten bieden. Hierbij moet er weer onderscheid gemaakt worden tussen over- en onderbieden. Het

mechanisme wordt nu weer een aantal keer uitgevoerd, zodat de uitkomsten van het mechanisme bij oneerlijk bieden bekeken kunnen worden. Het gaat hierbij vooral om het nut van het specialisme dat oneerlijk biedt. Uitgaande van het model zou het betreffende specialisme in zijn nut of achteruit gaan, of gelijk blijven. Om dit na te gaan zijn er voor verschillende situaties qua parameters een aantal runs gedaan, eerst met eerlijk bieden, dan met oneerlijk bieden, zie sectie 9.

7 Validatie

Om het model te valideren, moet worden nagegaan dat het model overeenkomt met de aannames en het beschreven probleem. Hiervoor is het noodzakelijk om naar verschillende situaties te kijken en te observeren of de verkregen verdelingen een logisch gevolg zijn van het model.
Om dit te kunnen doen zijn er verschillende situaties om te bekijken, zo kan er gekeken worden naar:

1. $V(i) = V(j)\ \forall i,j$ en $PV(i) = PV(j)\ \forall i,j \Rightarrow T(i) \approx T(j)$ en $NU(i) \approx NU(j)$
   Alle specialismen hebben dezelfde vraag en dezelfde persoonlijke waarde. De specialismen krijgen allemaal ongeveer evenveel uren toegekend.
   Deze specialismen krijgen wel verschillende rangnummers toegekend en daarom zal een aantal specialismen wel uren toegekend krijgen en de rest niet. Maar door de bodbepalende functie neemt het bod van de specialismen die wel uren toegekend krijgen in de volgende ronde af, en zullen de specialismen die nog geen uren hebben nu uren krijgen. Zo komt het dat over een aantal rondes zowel het nut als ook het aantal toegekende uren van de specialismen ongeveer gelijk is. Echter gaat men ervan uit dat dit in de praktijk niet vaak voor zou komen omdat de specialismen verschillen.

2. $V(i) = V(j)\ \forall i,j$ en $PV(i) > PV(j)\ \forall i,j \Rightarrow T(i) > T(j)$
   Alle specialismen hebben zelfde vraag maar verschillende persoonlijke waarde. Degene met een hogere persoonlijke waarde krijgen meer uren toegekend.
   Ook dit is een logische uitkomst, want degene die een uur relatief meer waard vindt biedt hoger en krijgt ook meer uren toegewezen.

3. $PV(i) = PV(j)\ \forall i,j$ en $V(i) > V(j)\ \forall i,j \Rightarrow T(i) < T(j)$
   Alle specialismen hebben zelfde persoonlijke waarde maar verschillende vraag. Degene met een grotere vraag krijgen minder uren toegekend.
   Ook dit is een goede uitkomst, want degenen met een hogere vraag hebben relatief minder voor een uur over, waardoor ze lager bieden en minder uren toegewezen krijgen.

Aan de hand van de voorgaande situaties kan geconcludeerd worden dat het model werkt zoals bedoeld.

8 Gedetailleerd voorbeeld

Er zal nu een gedetailleerd voorbeeld uitgewerkt worden, waarbij één keer alle specialismen eerlijk bieden, en één keer waarbij een specialisme oneerlijk zou bieden.

Gedetailleerd voorbeeld met eerlijke biedingen

Aan de hand van een gedetailleerd voorbeeld met eerlijke biedingen wordt duidelijk gemaakt hoe een veiling volgens het model kan verlopen. Hiertoe is één simulatierun gedaan (voor de parameters zie tabel 5).

Specialisme	1	2	3	4
V	100	80	60	40
PV	900	800	650	400
N=4; C=40; B=4				

Tabel 5: Parameters

Dan kan nu de veiling beginnen.

- Ronde 1
  Eerst worden de biedingen bepaald en gerangschikt, zie tabel 6.

Bepalen van de biedingen				
Specialisme	1	2	3	4
BO	180.0000	178.8854	167.8293	126.4911
Rangnummer	1	2	3	4

Tabel 6: Biedingen

Nu wordt het willekeurig getal k getrokken. $k = 4$. Op basis hiervan volgen de uitbetalingen en het bepalen van het nut. Deze zijn te vinden in tabel 7.

Uitkeren van uren				
Specialisme	1	2	3	4
T	4	4	4	0
U	126.4911	126.4911	126.4911	0
NU	53.5089	52.3943	41.3382	0

Tabel 7: Uitkeren

De eerste ronde eindigt ermee dat specialismen 1, 2 en 3 een blok van 4 uur toegewezen krijgen voor de prijs van het bod van specialisme 4. Voor de volgende rondes worden T, U en NU telkens opgeteld, zodat deze actueel zijn.

- Ronde 2, zie tabel 8

Bepalen van de biedingen				
Specialisme	1	2	3	4
BO	74.5584	74.0968	69.5172	126.4911
Rangnummer	2	3	4	1
Trekken van $k = 2$				
T	4	4	4	4
U	126.4911	126.4911	126.4911	74.5584
NU	53.5089	52.3943	41.3382	51.9327

Tabel 8: Ronde 2

Specialisme 4 krijgt een blok uren voor de prijs van het tweede bod.

- Ronde 3, zie tabel 9

Bepalen van de biedingen				
Specialisme	1	2	3	4
BO	74.5584	74.0968	69.5172	52.3943
Rangnummer	1	2	3	4
Trekken van $k = 3$				
T	8	8	4	4
U	196.0083	196.0083	126.4911	74.5584
NU	58.5502	56.9739	41.3382	51.9327

Tabel 9: Ronde 3

In deze ronde verkrijgen specialisme 1 en 2 een blok uren voor de prijs van het derde bod.

- Ronde 4, zie tabel 10

Bepalen van de biedingen				
Specialisme	1	2	3	4
BO	57.2107	56.8565	69.5172	52.3943
Rangnummer	2	3	1	4
Trekken van $k = 2$				
T	8	8	8	4
U	196.0083	196.0083	183.7018	74.5584
NU	58.5502	56.9739	53.6446	51.9327

Tabel 10: Ronde 4

Voor de prijs van het tweede bod krijgt specialisme 3 een blok uren toegekend.

- Ronde 5, zie tabel 11

Bepalen van de biedingen				
Specialisme	1	2	3	4
BO	57.2107	56.8565	53.3424	52.3943
Rangnummer	1	2	3	4
Trekken van $k = 4$				
T	12	12	12	4
U	248.4026	248.4026	236.0961	74.5584
NU	63.3665	61.4361	54.5927	51.9327

Tabel 11: Ronde 5

Hier krijgt specialisme 1,2 en 3 een blok uren voor de prijs van het vierde bod.

- Samenvatting
  Het eindresultaat van de veiling wordt samengevat in tabel 12.

Specialisme	1	2	3	4
T	12	12	12	4
U	248.4026	248.4026	236.0961	74.5584
NU	63.3665	61.4361	54.5927	51.9327

Tabel 12: Uitkomsten veiling

De capaciteit is nu verdeeld en specialisme 1, 2 en 3 hebben allemaal 12 uren bemachtigd, terwijl specialisme 4 maar 4 uur verkregen heeft. Het grootste nut heeft specialisme 1, het laagste nut heeft specialisme 4.

Gedetailleerd voorbeeld met oneerlijke biedingen

Interessant is nu hoe de veiling zou verlopen als één van de specialismen niet eerlijk biedt. Gekeken moet worden, of de veiling ervoor zorgt dat het specialisme in zijn nut achteruit gaat als het niet eerlijk biedt.
Hiertoe zetten we het bod van specialisme 4 als volgt vast:

$$BO(4) = [\frac{PV(4)}{\sqrt{V(4)}} \cdot (\sqrt{T(4) + B} - \sqrt{T(4)})] \cdot 1.1 \qquad (11)$$

Specialisme 4 biedt dus elk ronde 10% meer dan zijn eerlijke bod voor de betreffende ronde zou zijn.
Wat wel duidelijk moet zijn, is dat een tweede run met niet stap voor stap vergelijkbaar is met de eerste run. Dit komt omdat k telkens willekeurig getrokken wordt. Maar ongeacht van hoe k valt, geldt nog steeds dat specialisme 4 door oneerlijk bieden geen hoger nut mag krijgen. Ter overzicht geven we hier alleen de uitkomst van de hele veiling, de details van alle stappen zijn te vinden in de Appendix A.
De resultaten van de veiling zijn weer gegeven in tabel 13.

Specialisme	1	2	3	4
T	8	12	12	8
U	241.9261	269.6870	240.9979	131.7691
NU	12.6324	40.1517	49.6909	47.1163

Tabel 13: Uitkomst oneerlijk bieden

Het hoogste nut ligt nu bij specialisme 3. Het nut van specialisme 4 is echter verkleind. Het specialisme krijgt wel meer uren toegewezen, maar betaalt hier ook meer voor. Dit heeft als gevolg dat zijn nut kleiner wordt dan bij eerlijk bieden.

Men kan dus constateren dat in dit geval de veiling tot een eerlijke verdeling van de operatiekameruren leidt, aangezien specialisme 4 door oneerlijk bieden op een lager nut uitkomt dan bij eerlijk bieden. Bovendien is in dit voorbeeld goed te zien, dat specialisme 4 door oneerlijk bieden eerst ongeveer hetzelfde nut verkrijgt als eerlijk bieden, omdat de prijs voor het aantal uren per ronde steeds nog onder zijn persoonlijke waarde ligt. In de laatste ronde ligt de prijs hoger dan zijn persoonlijke waarde, maar door het overbieden moet specialisme 4 meer uitgeven dan zijn persoonlijke waarde en gaat daardoor in zijn nut achteruit.

9 Numerieke resultaten

In het vorige hoofdstuk is beschreven hoe de simulatie verloopt en hoe de veiling stap voor stap werkt. In dit hoofdstuk zal er bij de parameters gekeken worden naar realistische waarden van een ziekenhuis, om zo te kijken hoe een veiling in een echte situatie zou kunnen gaan en wat de uitkomsten hiervan zijn. Er wordt zowel gekeken naar het geval van eerlijk bieden, als naar het geval van oneerlijk bieden. Aangezien het nut aan het eind van de veiling als prestatiemaat voor de eerlijkheid gezien kan worden, wordt er voor een specialisme gekeken naar de uitkomsten van zijn nut voor zowel het geval dat het specialisme eerlijk biedt, als voor het geval dat het specialisme niet eerlijk biedt. Verder wordt er ook nog naar het percentage verkregen uren ten opzichte van de totale vraag van een specialisme gekeken.
Voor het verkrijgen voor de numerieke resultaten wordt er gewerkt met de replicatie methode [10]. Dit houdt in dat er voor een vaste setting van de veiling (dus vaste parameters) een groot aantal runs van het simulatieprogramma, R gemaakt wordt. De gewenste resultaten zijn betrouwbaarheidsintervallen voor het nut van een bepaald specialisme, er wordt uitgegaan van een betrouwbaarheid van 95%. De constructie van deze betrouwbaarheidsintervallen gaat dan als volgt.
Eerst moet het steekproefgemiddelde over alle runs van het nut van het betreffende specialisme berekend worden. Dit is dan de schatter voor het nut van het specialisme:

$$\hat{NU} = \frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} NU_r \tag{12}$$

Waarbij NU_r het nut van het specialisme van run r is. $\hat{NU}$ is een zuivere schatter voor E[NU], voor de verwachtingswaarde van het nut van het specialisme. Om vervolgens het betrouwbaarheidsinterval te berekenen is de variantie σ^2 belangrijk. Aangezien de variantie niet bekend is, moet deze geschat worden met een zuivere schatter: de steekproefvariantie wordt berekend met behulp van de volgende formule:

$$S^2 = \frac{1}{R-1}\sum_{r=1}^{R}(NU_r - \hat{NU})^2 \tag{13}$$

Uit de centrale limietstelling volgt nu dat de verdeling van $\frac{\hat{NU}-E[NU]}{\sqrt{S^2/R}}$ naar de standaardnormale verdeling toegaat, naarmate het aantal runs groter gekozen wordt.

$$\frac{\hat{NU} - \mathrm{E[NU]}}{\sqrt{S^2/R}} \to N(0,1) \tag{14}$$

Als er voor een tweezijdig 95%-betrouwbaarheidsinterval gekozen wordt hoort er een kritieke waarde uit de standaard normale verdeling bij: $z_{(1-\alpha/2)}$=$z_{(1-0.05/2)}$=1.96. Zo kan het betrouwbaarheidsinterval worden opgesteld:

$$[\hat{NU} - 1.96 \cdot \sqrt{S^2/R}; \hat{NU} + 1.96 \cdot \sqrt{S^2/R}] \tag{15}$$

Als men ervan uitgaat dat de waarnemingen van de NU_r's onafhankelijk normaal verdeeld zijn geldt dat de grootheid $\frac{\hat{NU}-E[NU]}{\sqrt{S^2/R}}$ een t-verdeling heeft met

$R - 1$ vrijheidsgraden. Er kan niet met zekerheid verondersteld worden, dat de NU_r's daadwerkelijk normaal verdeeld zijn. Toch heeft het gebruiken van de t-verdeling het voordeel dat de bijbehorende kritieke waarde, bijvoorbeeld voor een betrouwbaarheid van 95%, een grotere waarde heeft en zo een grotere overdekking bereikt dan de kritieke waarde uit de standaard normale verdeling. Voor een 95% betrouwbaarheidsinterval verkregen door bijvoorbeeld 150 onafhankelijke runs geldt dan: $t_{R-1,0.975}$=1,976 terwijl $z_{0.975}$=1.96. Daarom zal er hier met de t-verdeling verder gewerkt worden.
Een andere maat waarin men geïnteresseerd is als men kijkt naar betrouwbaarheidsintervallen is de relatieve precisie. Deze geeft aan hoe nauwkeurig het betrouwbaarheidsinterval is ten opzichte van het gemiddelde rondom welk het betrouwbaarheidsinterval gecentreerd is. De relatieve precisie, rp, wordt dan ook als volgt berekend:

$$rp = \frac{t_{R-1,(1-\alpha/2)} \cdot \sqrt{S^2/R}}{\hat{NU}} \tag{16}$$

Is het steekproefgemiddelde echter negatief, dan wordt de absolute waarde van $\hat{NU}$ gebruikt. Er wordt gestreefd naar een relatieve precisie van rp <5%. Hiertoe moet er gekeken worden bij welk aantal runs deze precisie verkregen wordt.
Een ander punt waar naar gekeken moet worden is niet alleen het nut van een specialisme en hoe gevoelig dit is bij oneerlijk bieden, maar ook naar de toegewezen uren die de specialismen uiteindelijk krijgen. Hiertoe zullen er betrouwbaarheidsintervallen worden opgesteld voor het percentage uiteindelijk toegewezen uren ten opzichte van de totale vraag van het specialisme, dit gebeurt op de hierboven beschreven manier. Samenvattend wordt er dus naar de volgende resultaten per specialisme i van $R = 150$ runs zowel bij eerlijk als ook bij oneerlijk bieden gekeken:

- het steekproefgemiddelde van het nut $\hat{NU}_i$
- de steekproefvariantie van het nut $S^2_{NU,i}$
- het betrouwbaarheidsinterval voor het nut en het betrouwbaarheidsinterval van de relatieve precisie rp hiervan

$$[\hat{NU}_i - 1.976 \cdot \sqrt{S^2_{NU,i}/R}; \hat{NU}_i + 1.976 \cdot \sqrt{S^2_{NU,i}/R}] \tag{17}$$

$$rp = \frac{t_{R-1,(1-\alpha/2)} \cdot \sqrt{S^2_{NU,i}/R}}{\hat{NU}_i} \tag{18}$$

- het steekproefgemiddelde van het percentage toegewezen uren $\hat{T/V}_i$
- de steekproefvariantie van het percentage toegewezen uren $S^2_{T/V,i}$
- het betrouwbaarheidsinterval voor het percentage toegewezen uren en de relatieve precisie rp hiervan.

$$[\hat{T/V}_i - 1.976 \cdot \sqrt{S^2_{T/V,i}/R}; \hat{T/V}_i + 1.976 \cdot \sqrt{S^2_{T/V,i}/R}] \tag{19}$$

$$rp = \frac{t_{R-1,(1-\alpha/2)} \cdot \sqrt{S^2_{T/V,i}/R}}{\hat{T/V}_i} \tag{20}$$

9.1 Parameters

Voordat de numerieke uitkomsten bekeken worden moet de uitgangssituatie nog vastgelegd worden. Voor het uitwerken van dit voorbeeld zijn er parameters genomen die een reële situatie in een universitair medisch centrum (UMC) weergeven. We beschouwen negen verschillende specialismen: Heelkunde, Mond- en Kaakziekten en aangezichtschirurgie, Orthopedie, Oogheelkunde, Thoraxchirurgie, Urologie, Gynaecologie en Verloskunde, Neurochirurgie, en Keel-, Neus- en Oorheelkunde. De parameter N wordt dus op $N = 9$ gezet. De totale capaciteit wat betreft operatiekameruren van dit ziekenhuis zal bij 30.000 uren liggen. Op een werkdag van 8 uur kan een operatiekamer tussen twee specialismen verdeeld worden, een realistische waarde voor de blokgrootte die per ronde geveild wordt zal daarom bij $B = 4$ liggen, een halve werkdag.
De parameters voor de specialismes zijn te zien in tabel 14. Hierbij is Heelkunde specialisme 1, Mond- en Kaakziekten en aangezichtschirurgie specialisme 2 enzovoort.

Specialisme i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V(i)$	7500	380	4000	1600	5200	3900	3600	1700	4800
$PV(i)$	750	36	380	140	500	400	370	180	450
$BU(i)$	8000	500	5000	3000	7000	6000	5000	3000	7000

Tabel 14: Specificatie specialismen, vraag V, persoonlijke waarde PV en budget BU

Nu moet er gekeken worden naar de behoeftes van de specialismen. Dit is natuurlijk niet makkelijk in te schatten, maar op basis van vroegere indelingen en van de grootte van de specialismen kan men een realistisch voorbeeld geven van de vraag (in uur) van de specialismen. Ook de persoonlijke waarde moet vastgelegd worden. Dit hangt natuurlijk af van de invulling van het budget van de specialismen. Dit budget moet waarschijnlijk speciaal voor de veiling geïntroduceerd worden.
De persoonlijke waarde geeft aan hoeveel een specialisme voor zijn totale vraag over heeft, er is dus van uit te gaan dat er tussen de vraag van elk specialisme en zijn persoonlijke waarde een verband is. Bij dit voorbeeld is er van uitgegaan dat de persoonlijke waarde van elk specialisme ongeveer 10% van zijn vraag bedraagt. Er zou echter ook met 200%, 50%, 20% of een andere verhouding gewerkt kunnen worden, in de praktijk zal dit afhangen van het budget. Er is wel van uit te gaan dat voor elk specialisme ongeveer dezelfde verhouding geldt, alleen dat sommige specialismen net iets meer waarde hechten aan de uren dan de andere specialismen. Verder is er voor dit voorbeeld voor elk specialisme een groot budget toegekend, zodat er in dit voorbeeld geen rekening gehouden hoeft te worden met de situatie dat een specialisme over zijn budget heen gaat. Dit ter illustratie, om het voorbeeld overzichtelijk te houden.

9.2 Uitkomsten veiling

Voordat er naar meerdere runs en uitkomsten van oneerlijk bieden gekeken wordt is het handig om eerst een indruk te krijgen hoe de veiling zou kunnen verlopen als iedereen eerlijk volgens het model biedt. De uitkomst, van een run met de boven gespecifieerde parameters levert een toekenning van uren ($T(i)$), uitgegeven geld ($U(i)$) en nut ($NU(i)$) per specialisme zoals vermeld in tabel 15.

Specialisme i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T(i)$	6676	340	3588	1220	4780	3900	3600	1700	4196
$U(i)$	639.1319	33.1051	342.1659	116.3671	459.0408	382.3436	351.3346	170.2626	402.6598
$NU(i)$	68.4697	0.9475	17.7324	5.8826	20.3418	17.6564	18.6654	9.7374	18.0761

Tabel 15: Uitkomsten van een veiling

Het doel is nu om te kijken voor een specifiek specialisme hoe zijn nut eruit ziet bij eerlijk en oneerlijk bieden.
Met de bovenstaande setting zijn er 150 runs van het simulatieprogramma gemaakt met eerlijke biedingen, de uitkomsten hiervan zijn terug te vinden in Appendix B. Er wordt dus een steekproef ter grootte van 150 runs bekeken, $R = 150$. Hiermee wordt voor elk specialisme het steekproefgemiddelde en de steekproefvariantie van het nut berekend. Ook wordt er gekeken naar het percentage toegewezen uren ten opzichte van de totale vraag, hier genoteerd met T/V. Het berekenen van de betrouwbaarheidsintervallen voor T/V gaat equivalent aan de hierboven beschreven berekeningen.
Voor een totaaloverzicht over de betrouwbaarheidsintervallen voor elk specialisme kan er in Appendix B gekeken worden. Hier wordt er ter illustratie naar een specialisme gekeken. Bijvoorbeeld specialisme vier, Thoraxchirugie.

$$\hat{NU}_4 = \frac{1}{150}\sum_{r=1}^{150} NU_{4,r} = 4,8979$$
$$S^2_{NU,4} = \frac{1}{150-1}\sum_{r=1}^{150}(NU_{4,r} - \hat{NU})^2 = 1,0284$$

Voor een 95% tweezijdig betrouwbaarheidsinterval met de bijbehorende kritieke waarde 1.976 kan het betrouwbaarheidsinterval voor het nut van specialisme vier in het geval van eerlijk bieden als volgt geconstrueerd worden:

$$\begin{aligned}[\hat{NU}_4 - 1.976 \cdot \sqrt{S^2_{NU,4}/R}; \hat{NU}_4 + 1.976 \cdot \sqrt{S^2_{NU,4}/R}]\\ = [4,7343; 5,0615]\end{aligned}$$

met een bijbehorende relatieve precisie van 0,0334.
Zoals eerder gezegd zal er ook gekeken worden naar het percentage toegewezen uren. Bij de uitkomsten van een ronde, zie tabel 15, heeft specialisme vier dus 1220 uren van de gevraagde 1600 uren gekregen, dus 76,25% van zijn totale vraag. Het steekproefgemiddelde over alle runs ligt bij $\hat{T/V}_4 = 75,77\%$ en de steekproefvariantie bij $S^2_{T/V,4} = 0,0050$. Het bijhorende betrouwbaarheidsinterval over alle 150 runs gezien wordt dan:

$$[0,7463; 0,7691]$$

De relatieve precisie van dit betrouwbaarheidsinterval ligt bij 0,1896.
De bedoeling is nu om dit te vergelijken met het geval dat het specialisme niet eerlijk biedt. Hiertoe wordt de bodbepalende functie in het simulatieprogramma zodanig aangepast dat het specialisme 4 altijd tien percent meer biedt, dan dat

het zou bieden op basis van eerlijkheid:
$BO(4) = \frac{PV(4)}{\sqrt{V(4)}} \cdot (\sqrt{(T(4)+B)} - \sqrt{T(4)}) \cdot 1.1$.
Ook hiervoor zijn er 150 runs gedaan, de uitkomsten voor het steekproefgemiddelde en de steekproefvariantie zijn:

$$\hat{NU}_{4,oneerlijk} = \frac{1}{150}\sum_{r=1}^{150} NU_{4,oneerlijk,r}$$

$$S^2_{4,NUoneerlijk} = \frac{1}{15-1}\sum_{r=1}^{150}(NU_{4,NUoneerlijk,r} - \hat{NU}_{4,oneerlijk})^2$$

Het betrouwbaarheidsinterval voor het nut bij oneerlijk bieden van specialisme 4 wordt dus:

$$[\hat{NU}_{4,oneerlijk} - 1.976 \cdot \sqrt{S^2_{4,NUoneerlijk}/R}; \hat{NU}_{4,oneerlijk} + 1.976 \cdot \sqrt{S^2_{4,NUoneerlijk}/R}]$$

oftwel

$$= [-8,0868; -7,6942]$$

De relatieve precisie hiervan ligt bij 0,0249.
Ook voor het oneerlijk bieden wordt er gekeken naar het percentage toegewezen uren van de totale vraag. Het hiervoor opgestelde betrouwbaarheidsinterval ligt bij:

$$[0,8892; 0,9124] \text{ met relatieve precisie 0,0129}$$

Op deze manier kan er voor elk specialisme een dergelijk betrouwbaarheidsinterval voor het nut en van het percentage verkregen uren opgesteld worden, zowel bij eerlijk als bij oneerlijk bieden. Ook hier zijn per specialisme 150 runs gemaakt voor het geval van eerlijk bieden, en 150 runs voor oneerlijk bieden. Voor het geval dat er naar oneerlijk bieden gekeken wordt, is er per veilingssimulatie slechts één specialisme oneerlijk aan het bieden. Dit is gedaan om makkelijker te kunnen vergelijken met het geval van eerlijk bieden, omdat dan het eventuele oneerlijk bieden van andere specialismen geen invloed kan hebben. De uitkomsten hiervan zijn te vinden in Appendix B, tabel 25 en 27.

9.3 Evaluatie uitkomsten

De bekeken betrouwbaarheidsintervallen voor het nut van het specialisme Thoraxchirurgie laten zien, dat het specialisme door oneerlijk te bieden in zijn nut achteruit gaat. Zijn nut wordt zelfs negatief. Dit kan gebeuren als het specialisme meer voor een blok moet betalen dan zijn persoonlijke waarde, doordat het specialisme overbiedt. Tabel 27 in Appendix B laat zien dat dit ook voor de andere specialismen het geval is. Er kan dus geconstateerd worden dat het mechanisme goed werkt, oftewel: eerlijk. Een specialisme gaat in zijn nut achteruit als het niet eerlijk biedt. Bij sommige specialismen wordt het nut negatief, bij sommigen gaat het alleen maar achteruit. Dit hangt af van hoe erg de resultaten van het oneerlijk bieden afwijken van het eerlijk bieden. Maar hoe dan ook, het achteruit gaan van het nut is precies waarvoor het veilingsmodel is opgesteld: er is geen motivatie om oneerlijk te bieden, als duidelijk gemaakt wordt dat dit niet in eigen voordeel is.
De relatieve precisie voor de opgestelde betrouwbaarheidsintervallen laten

zien dat de resultaten verkregen door 150 runs voldoende betrouwbaar zijn. Enkel voor het eerlijke bieden van specialisme 2, Mond- en kaakziekten en aangezichtschirurgie, ligt de relatieve precisie naar 150 runs bij 0,1864≈0,19. Aangezien dit het enige geval is, en de relatieve precisie voor het betrouwbaarheidsinterval bij oneerlijk bieden voor hetzelfde specialisme wel onder de 10% ligt wordt dit resultaat alsnog opgenomen in de eindresultaten. Wel is er nog een betrouwbaarheidsinterval opgesteld voor R=400. Dit levert wel de gewenste relatieve precisie en staat vermeldt in tabel 26. Bovendien ligt het gemiddelde nut voor het geval van oneerlijk bieden meer dan tien keer van de standaarddeviatie af van het gemiddelde nut bij eerlijk bieden, en er kan dus geconstateerd worden dat specialisme 2 in zijn nut achteruit gaat, ook al zal het betrouwbaarheidsinterval bij eerlijk bieden iets breder worden ($S^2_{NU,2}$ =0,3180, $N\hat{U},2$ =0,4881 en $N\hat{U},2$ =-2,9088).
Nu wordt er nog gekeken naar het percentage verkregen uren ten opzichte van de hele vraag. Als men kijkt naar specialisme 4, dan blijkt dat dit specialisme gemiddeld meer uren toegewezen krijgt als het meer biedt. Aangezien het nut wel achteruit gaat, betekent dit dat specialisme 4 meer geld voor de uren uitgeeft dan dat ze hem eigenlijk waard zijn. Dit is ook te zien aan het uitgegeven geld, wat duidelijk toeneemt en de persoonlijke waarde voor de totale vraag overschrijdt. Over het algemeen gezien geldt: voor alle specialismen ligt dit percentage in het geval van eerlijke biedingen hoger dan 75%. Er zijn drie specialismen die in alle 150 gevallen aan hun totale vraag voldoen. Als men naar de parametertabel 14 kijkt is dit goed te verklaren: het zijn de specialismen die relatief gezien het meest voor hun vraag over hebben, vergeleken met de andere specialismen. Het is daarom ook wenselijk, dat deze specialismen een groter percentage van hun vraag krijgen dan de andere specialismen, wat ook het geval is. Een percentage boven 75% is echter een tevreden stellend resultaat, specialismen krijgen altijd ruim driekwaart van hun vraag. Aangezien er in het ziekenhuis sprake is van ondercapaciteit moet er ergens een tekort komen, dat dit tekort voor elk specialisme maximaal 25% van zijn vraag betekent is schappelijk. Dat het percentage toeneemt als de specialismen oneerlijk bieden heeft als gevolg dat het totale nut achteruit gaat, en daarbij ook een aannemelijk resultaat.

10 Gevoeligheidsanalyse

In dit onderdeel wordt er gekeken naar de gevoeligheid van de resultaten (de verdeling van de operatiekameruren) voor verandering van de parameters. Er moet aandacht besteed worden aan de stabiliteit van de uitkomsten bij de optimale strategie, dus het eerlijke bieden van de specialismen. Het is wenselijk dat de output een klein beetje verandert wanneer één van de parameters een klein beetje verandert. Niet wenselijk daarentegen is dat het systeem overgevoelig is voor veranderingen van de parameters en de output sterk verandert wanneer de parameters minimaal veranderen. Vertaald naar de context van het ziekenhuis betekent dit het volgende: in het geval dat een specialisme een kleine fout maakt in de schatting van zijn vraag, hoe beïnvloedt dit de uiteindelijke verdeling.
Dit zal numeriek getest worden.
Parameters die worden onderzocht zijn te zien in tabel 16.

Afkorting	Parameter
N	Aantal specialismen
C	Totale jaarlijks beschikbare capaciteit (operatiekameruren)
B	Blokgrootte per veilingsronde
V(i)	Totale vraag specialisme i
BU(i)	Budget specialisme i
PV(i)	Totale persoonlijke waarde specialisme i

Tabel 16: Parameters

Interessante parameters hierbij zijn vooral de totale capaciteit, de blokgrootte, de totale vraag en de totale persoonlijke waarde per specialisme. Het aantal specialismen is niet van belang, omdat er zich met het toevoegen of verwijderen van een specialisme een hele andere situatie voordoet dan bijvoorbeeld bij het veranderen van de capaciteit. Ook het budget is niet van belang, omdat een specialisme bij eerlijk bieden in totaal nooit meer zal uitgeven dan zijn totale persoonlijke waarde. Het specialisme zal dus ook nooit een grotere totale persoonlijke waarde opgeven dan zijn budget. Het inkorten van het budget zal dus een verandering van de totale persoonlijke waarde als gevolg hebben. Aangezien we dit wel testen nemen we het budget indirect mee. Ter overzichtelijkheid van de resultaten en om het vergelijken gemakkelijker te maken wordt de gevoeligheidanalyse doorgevoerd voor vier specialismen zie hiervoor tabel 17.

Specialisme	1	2	3	4
V	100	80	60	40
PV	900	800	650	400
N=4; C=200; B=4				

Tabel 17: Setting voor Gevoeligheidsanalyse

Hieronder volgen de betrouwbaarheidsintervallen voor deze setting en parameters (deze zijn naar aanleiding van sectie 9 opgesteld met R=100 en dus een kritieke waarde van $t_{100-1;0,25} = 2,009$).

Er wordt begonnen met kijken naar de capaciteit. De totale vraag van alle specialismen bij elkaar opgeteld geeft een vraag van 280 uur. Als de capaciteit met 10% verhoogd wordt, is er nog steeds sprake van ondercapaciteit.
Dan wordt er naar het veranderen van de blokgrootte gekeken. Deze heeft invloed op het aantal rondes dat er in de veiling gedaan wordt en daarmee ook op de verdeling. Men gaat er wel van uit dat de blokgrootte zodanig bepaald wordt dat er binnen de tijd makkelijk een operatie kan plaatsvinden. Het heeft daarom weinig zin om de blokgrootte kleiner te kiezen (dan 4 uur). Verder is het ook niet zinvol om de blokgrootte maar een beetje te verhogen. Binnnen deze extra tijd kan namelijk geen tweede operatie plaatsvinden, en de extra tijd levert dan niets op. Om de invloed te bepalen wordt de blokgrootte van 4 naar 8 uur verhoogd.
Om naar de invloed van de vraag van de specialismen te kijken is het handig om dit voor elk specialisme apart te doen. Er wordt getest wat er gebeurt als specialismen 10% meer vraag opgeven dan hun eigenlijke vraag, en ook als specialismen 10% meer persoonlijke waarde aangeven dan hun eigenlijke persoonlijke waarde. In feite wordt dus getest wat er gebeurd als een specialisme bij zijn schattingen voor V en PV 10% ernaast zit. Aangezien er bij de veiling een grote capaciteit verdeeld wordt en patiënten aantallen over de jaren kunnen verschillen kan een fout van 10% wel als realistisch gezien worden. Ook bij de persoonlijke waarde kan het tot afwijkingen van 10% komen aangezien dit een subjectieve waarde is en erg afhankelijk is van het specialisme.

Samenvatting resultaten

Met de boven beschreven veranderingen zijn de volgende resultaten verkregen (voor een totaal overzicht staan de uitkomsten in tabel 27 in Appendix C samengevat):

- Capaciteit verhogen met 10%, zie tabel 29
  Als de capaciteit met 10% verhoogd wordt, verandert er weinig in de uitkomsten van de veiling. De specialismen krijgen meer uren in totaal toegewezen, wat te verklaren is doordat er ook meer uren beschikbaar zijn. Het nut verandert licht, wat komt doordat de extra capaciteit verdeeld wordt en daardoor kunnen er nog kleine verschillen in het nut ontstaan ten opzichte van een capaciteit van 200. De verhouding tussen de specialismen blijft echter dezelfde. Het verhogen van de capaciteit beïnvloedt de uiteindelijke verdeling en de verhouding van de specialismen tot elkaar bijna niet. Dit is ook te verwachten: meer capaciteit betekent immers alleen dat er meer uren te verdelen zijn. Hoe de uren verdeeld worden hangt af van de vraag en de persoonlijke waarde van de specialismen en van het random getal k.

- Blokgrootte verdubbelen, zie tabel 30
  Als de blokgrootte van 4 naar 8 wordt vergroot (ipv een halve werkdag dus nu een hele werkdag) blijkt dat de uiteindelijke verdeling een klein beetje verschilt. De rangorde van de specialismen, welk het meest krijgt en welk het minst, blijft behouden. Wel worden de onderlinge verschillen groter. Dit is als volgt te verklaren: de veiling wordt 'nauwkeuriger' als de blokgrootte kleiner is. Immers als de blokgrootte 100 uur zou zijn, zijn er maar twee blokken te verdelen en kan er niet tussen de specialismen

genuanceerd worden. Dit wordt beter naarmate de blokken kleiner worden. Het mechanisme is dus wel gevoelig voor de blokgrootte, het verkeerd vaststellen van de blokken (te groot) zal de uitkomsten van de veiling sterk kunnen beïnvloeden. Er is echter niet van uit te gaan dat de blokgrootte anders dan een halve dag gekozen wordt, aangezien kleiner niet praktisch is vanwege de duur van een operatie. Tevens is het realistisch dat dagen over specialismen verdeeld worden.

- Totale vraag van elk specialisme met 10% verhogen, zie tabel 31 tot en met 34
  Uit de tabellen blijkt dat het verhogen van de totale vraag van een specialisme duidelijk invloed heeft op de uiteindelijke uitkomst van de veiling. Telkens verandert de volgorde welk specialisme het meest krijgt en welk het minst. Ook sterke veranderingen in het nut zijn te vermelden: specialisme 1 gaat in zijn nut vooruit als de vraag verhoogd word, bij de andere specialismen gaat het nut juist omlaag. Dit komt omdat specalisme 1 wel minder uren krijgt, maar ook duidelijk minder ervoor moet betalen.
  Ook voor alle andere specialismen geldt dat het percentage toegewezen uren ten opzichte van de totale vraag afneemt als de vraag verhoogd wordt. Dit is als volgt te verklaren: het specialisme krijgt ongeveer hetzelfde aantal uren (aangezien de capaciteit onveranderd blijft, is dezelfde hoeveelheid te verdelen) maar de ratio T/V wordt kleiner als V verhoogd wordt en het specialisme heeft ook relatief minder voor een uur over. Voor het veilingsmechanisme betekent dit, dat de uitkomst niet heel stabiel is als de vraag verandert. De verschillen zijn vooral te merken bij het specialisme dat in de uitgangssituatie het slechtst eindigt qua nut (specialisme 1). Dit is een kritiek punt, aangezien dit betekent dat de specialismen nu een heel goede schatting moeten maken van het aantal uren dat ze nodig hebben. Het kan best zijn dat een specialisme voor een geheel jaar 10% van de daadwerkelijke vraag per ongeluk afwijkt. Dit zal de uitkomst beïnvloeden.

- Totale persoonlijke waarde van elk specialisme met 10% verhogen, zie tabel 35 tot en met 38
  Bij de persoonlijke waarde is vast te stellen, dat de uitkomsten veranderen als de PV van een specialisme verhoogd wordt. Het nut van het betreffende specialisme gaat dan meestal vooruit. Hoe sterk het vooruit gaat hangt af van hoe laag het nut van te voren was. Specialisme 1 had bijvoorbeeld het laagste nut in de uitgangssituatie, omdat zijn persoonlijke waarde nu hoger wordt heeft hij meer over voor blokken, en dus gaat zijn nut vooruit. Specialisme 2 en 3 gaan alleen licht vooruit, aangezien deze specialismen dan nog steeds in het midden liggen ten opzichte van specialisme 1 en 4. Alleen specialisme 4 gaat achteruit in zijn nut als de persoonlijke waarde toeneemt. Dit is als volgt te verklaren: specialisme 4 had al de grootste persoonlijke waarde in verhouding tot zijn vraag en ten opzichte tot de andere specialismen. Als nu zijn persoonlijke waarde omhoog gaat bemachtigt het specialisme net iets meer uren, maar hij betaalt hier ook duidelijk meer voor. Ook de persoonlijke waarde kan dus invloed hebben op de uitkomst van de veiling. Dit is echter ook wenselijk, de persoonlijke waarde geeft immers aan hoeveel een specialisme voor de uren over heeft en zal dus cruciaal zijn.

Er is vast te stellen dat vooral de blokgrootte en de vraag van de specialismen invloed kunnen hebben op de uitkomsten van de veiling. Voor het mechanisme betekent dit dat de parameters zo exact mogelijk moeten zijn. De specialismen moeten heel nauwkeurig hun vraag kunnen inschatten en de blokgrootte moet goed vastgelegd worden. In de praktijk zal dit niet altijd het geval zijn, vooral wat betreft de vraag. Dit betekent dat er in de praktijjk met bijzonder veel aandacht gekeken moet worden naar de parameters waarmee de veiling wordt uitgevoerd.

11 Conclusies

In dit verslag hebben we gezocht naar een eerlijk verdeelmechanisme voor het verdelen van operatiekameruren in een ziekenhuis. Als uitgangspunt voor het verdeelmechanisme is er voor een veiling gekozen, waarin de specialismen van het ziekenhuis de bieders zijn en het geveilde goed blokken van operatiekameruren zijn. Als basis voor het model hebben we gekozen voor de 'random nth-price auction', [8] een veiling waarvan bekend is dat deze motiveert om eerlijk te bieden. Dit is precies wat er bereikt moet worden: de specialismen moeten eerlijk hun vraag opgeven en wat ze ervoor over hebben. De optimale strategie is voor elke deelnemer om zijn persoonlijke waarde te bieden. Dit bod maximaliseert zijn nut. Deze veiling werkt wanneer er één ronde plaatsvindt.
In dit onderzoek hebben we de veiling uitgebreid naar een dynamisch model van meerdere veilingsrondes, zodat de veiling doorgaat tot de totale capaciteit van de operatiekameruren verdeeld is. Er is rekening mee gehouden dat de specialismen in het begin van de veiling een grotere waarde aan uren hechten dan wanneer zij al aan een deel van hun vraag voldaan hebben.
In dit verslag wordt aangetoond dat deze uitbreiding van de 'random nth-price auction' ook aanzet tot eerlijk bieden, dus het motiveert om de vraag en de bijbehorende persoonlijke waarde eerlijk op te geven. Door het simuleren van de veiling met waarden die overeenkomen met een realistische situatie in een ziekenhuis is onderbouwd dat dit daadwerkelijk werkt: een specialisme zal minder nut verkrijgen als het oneerlijk biedt, dan wanneer het eerlijk bied. Dit zal tot de motivatie voor de specialismen leiden om eerlijke schattingen van hun vraag op te geven, zodat de uiteindelijke verdeling eerlijk is. Ook is gebleken dat specialismen door het veilingsmechanisme altijd meer dan de helft van hun vraag toegekend krijgen. Aangezien er vaak sprake is van ondercapaciteit en dus tenminste een of meer specialismen niet aan hun vraag voldoen kunnen, lijkt dit een aannemelijke uitkomst.
Het mechanisme hangt af van verschillende parameters, zoals de grootte van de geveilde blokken. Door een gevoeligheidsanalyse is vastgesteld dat dit invloed kan hebben op het eindresultaat, net als het veranderen van de totale vraag van een specialisme. Het is dus wel zo dat een specialisme gemotiveerd wordt om eerlijk te bieden, maar dat de specialismen alsnog een heel nauwkeurige inschatting van hun vraag en persoonlijke waarde voor hun vraag moeten doen. Wijkt deze inschatting sterk af van de daadwerkelijke vraag, dan kan de uitkomst van de veiling veranderen. Dit zijn vooral aspecten waar in de praktijk naar gekeken moet worden als de veiling echt toegepast wordt. Een ander aspect is het invoeren van een budget van de veiling, dit zal door het ziekenhuis gebeuren. Er moet echter wel opgelet worden dat dit niet tot een verschuiving van het probleem leidt: immers zal het opgeven van de persoonlijke waarde en de vraag beïnvloed kunnen worden door een specialisme een te klein of juist heel ruim budget te geven. Er moet dus goed nagedacht worden over hoe het budget wordt ingevuld.
De uitbreiding van de 'random nth-price auction' lijkt ook toepasbaar in andere gebieden dan het verdelen van operatiekameruren, bijvoorbeeld bij het verdelen van strooizout.

12 Toepassingen en aanbevelingen

Er zijn een aantal aanbevelingen die gedaan kunnen worden als er vervolgonderzoek gedaan zou worden. Ook is het interessant om te kijken naar verschillende gebieden waar de 'uitgebreide random nth-price auction' toegepast kan worden.

Toepassingen

Naast het verdelen van operatiekameruren in het ziekenhuis kan het mechanisme toegepast worden in andere industriën. De veiling is inzetbaar wanneer men een eerlijke verdeling wil hebben van meerdere goederen/uren van dezelfde waarde. Een aantal voorbeelden zijn:

- Het verdelen van bezettingsuren bij andere faciliteiten.
  Het mechanisme kan in het ziekenhuis helpen voor het verdelen van uren bij poliklinieken of in het geval van een herverdeling van het ziekenhuis voor het uitdelen van kamers/bedden aan specialismen. Daarnaast kan de veiling bij andere organisaties uitkomst bieden bij het verdelen van sportzalen, muziekruimtes etc.

- Het verdelen van strooizout.
  Er is bij langdurige vorst vaak een tekort aan strooizout. Het mechanisme kan helpen het zout te verdelen onder gemeentes en bedrijven. De blokken kunnen dan gezien worden als een aantal zakken of een bepaald aantal kilo's.

- Zendtijd voor publieke omroepen.
  De veiling kan helpen bij het verdelen van uren op jaarbasis tussen de verschillende omroepen. Hierbij kan men eventueel tijd in prime-time duurder maken dan een uur in de nacht. Het budget voor de omroepen kan hierbij afhankelijk gemaakt worden van het aantal leden.

- Bloemenveiling.
  Traditioneel wordt er bij een bloemenveiling gebruik gemaakt van een veiling bij afslag, hierbij laat men de klok aftellen en kan men drukken als men het bod is gedaald tot het gewenste niveau. Bij deze veiling speelt snelheid en tactiek een rol. Bij het gebruik van de 'uitgebreide random nth-price auction' zal de bloemenveiling een stuk gecontroleerder kunnen verlopen.

Aanbevelingen

Er zijn verschillende punten waar nog extra aandacht aan besteed kan worden ter verbetering van het model, deze zijn:

- Mogelijke waarden voor α in de bodbepalende functie onderzoeken.
  In de huidige situatie wordt de α in de nutsfunctie afgeschat met $\alpha > 1$, bij alle simulaties en numerieke resultaten is er uitgegaan van α=2, de kwadraatwortel. In vervolgonderzoek zou gekeken kunnen worden naarnauwkeurigere grenzen voor α.

- Mogelijkheden voor de weegfactor w.
  Er kan nog gekeken worden naar verschillende waarden voor de weegfactor, wellicht zijn er waarden voor de weegfactor te vinden waardoor deze een positieve invloed heeft op de eerlijkheid van het model. Ook mogelijk is een andere opzet van het tegen elkaar opwegen van 'uren verkrijgen' en 'geld besteden', anders dan het hier het geval was.

- Vaststellen van de blokgrootte.
  Zoals al in sectie 10 gezegd kan de blokgrootte invloed hebben op de uitkomst van de veiling. Het is daarom belangrijk dat de ziekenhuizen van tevoren overleggen wat een handige blokgrootte is. Waarschijnlijk zal dit de helft van een werkdag zijn, aangezien er dan ruim een operatie kan plaatsvinden en zo twee specialismen per dag een operatiekamer kunnen delen.

- Invulling van het budget.
  Er wordt aanbevolen om een manier te bedenken hoe het budget is in te vullen. Het kan zijn dat dit budget uit het gewone jaarlijkse budget van een specialisme moet komen, of speciaal voor de veiling ingesteld moet worden. Er moet op gelet worden dat het toedelen van het budget zodanig gebeurt, dat het budget aangepast wordt op elk specialisme.

- Uren met verschillende waarden.
  Wellicht zijn bepaalde uren voor specialismen aantrekkelijker dan andere waardoor ze meer waard zijn, bijvoorbeeld uren na de middagpauze of iets dergelijks. Het model zou dan uitgebreid moeten worden, met name de functie voor de persoonlijke waarde. Ook moet er gekeken worden of de eerlijkheid dan nog blijft bestaan.

- Experiment.
  Het model is geheel opgesteld in theorie. Wel zijn er simulaties gedaan met realistische waarden, maar toch zou het grootste probleem van het daadwerkelijk invoeren van zo'n mechanisme zijn dat mensen eraan moeten wennen en van hun oude gewoontes moeten afwijken. Het zou interessant zijn als het verdeelmechanisme getest wordt, om te zien of de theorie met de praktijk overeenkomt, en specialismen daadwerkelijk eerlijk bieden als hun duidelijk gemaakt wordt dat dit de optimale strategie is.

- Onderzoeken hoe de artsen overgehaald kunnen worden om daadwerkelijk in de lijn van het mechanisme te werken
  In theorie is de optimale strategie om je persoonlijke waarde te bieden voor het aangeboden goed, het probleem is echter dat de deelnemers ervan overtuigd moeten worden dat dit inderdaad de optimale strategie is. Oftewel: de artsen moeten ervan overtuigd worden dat het verstandig is om deze optimale strategie te volgen. Dit zal echter niet altijd makkelijk zijn, omdat het tegen de intuïtie ingaat, namelijk dat overbieden niet tot betere resultaten leidt.

Referenties

[1] Benny Moldovanu, Manfred Tietzel: *Goethe's Second-Price Auction.* The Journal of Political Economy, 106(4):854–859, Augustus 1998.

[2] Brecht Cardoen, Erik Demeulemeester, Jeroen Belien: *Operating room planning and scheduling: A literature review.* European Journal of Operational Research, 201:921–932, April 2009.

[3] Calichman, Murray V.: *Creating an optimal operating room schedule.* AORN Journal, 81(3):580–588, April 2005.

[4] D. Sier, P. Toblin, C. McGurk: *Scheduling surgical procedures.* Journal of the Operational Research Society, 48:884–891, 1997.

[5] F. Gul, E. Stacchetti: *English Auctions with Multiple Goods.* Princeton University and The University of Michigan, Mimeo, pagina's 1–20, Oktober 1995.

[6] J. L. Hurink, E.W. Hans, G.Wullink G. Kazemier: *A master surgical scheduling approach for cyclic scheduling in operating room departments.* OR Spectrum, 30:355–374, September 2008.

[7] J. Shogren, J. List, D. Hayes: *Preference learning in consecutive experimental auctions.* American Journal of Agricultural Economics, 106(82):1016–1021, November 2000.

[8] Jason F. Shogren, Michael Margolis, Cannon Koo John A. List: *A random nth-price auction.* Journal of Economic Behavior and Organization, 46(4):409–421, December 2011.

[9] John G.Riley, William F. Samuelson: *Optimal Auctions.* American Economic Review, 71:381–392, Juni 1981.

[10] Law, Averill M.: *Simulation Modelling and Analysis.* McGraw-Hill, vierde uitgave, 2007.

[11] McAfee, R. Preston, John McMillan: *Auctions and Bidding.* Journal of Economic Literature, 25:699–738, November 1987.

[12] N. Bansal, M. Sviridenko: *The Santa Clause problem.* Proc 38th STOC, pagina's 31–40, 2006.

[13] Steven Breslawski, Diane Hamilton: *Operating Room Scheduling: Choosing the Best System.* AORN Journal, 53(5), May 1991.

Appendix

Appendix A - Alle stappen van de veiling met oneerlijk bieden

- Ronde 1 - tabel 18

Bepalen van de biedingen				
Specialisme	1	2	3	4
BO	180.0000	178.8854	167.8293	139.1402
Rangnummer	1	2	3	4
Trekken van $k = 3$				
T	4	4	0	0
U	167.8293	167.8293	0	0
NU	12.1707	11.0562	0	0

Tabel 18: Ronde 1

- Ronde 2 - tabel 19

Bepalen van de biedingen				
Specialisme	1	2	3	4
BO	74.5584	74.0968	167.8293	139.1402
Rangnummer	3	4	1	2
Trekken van $k = 2$				
T	4	4	4	0
U	167.8293	167.8293	139.1402	0
NU	12.1707	11.0562	28.6891	0

Tabel 19: Ronde 2

- Ronde 3 - tabel 20

Bepalen van de biedingen				
Specialisme	1	2	3	4
BO	74.5584	74.0968	69.5172	139.1402
Rangnummer	2	3	4	1
Trekken van $k = 2$				
T	4	4	4	4
U	167.8293	167.8293	139.1402	74.5584
NU	12.1707	11.0562	28.6891	51.9327

Tabel 20: Ronde 3

- Ronde 4 - tabel 21

Bepalen van de biedingen				
Specialisme	1	2	3	4
BO	74.5584	74.0968	69.5172	57.6338
Rangnummer	1	2	3	4
Trekken van $k = 2$				
T	8	4	4	4
U	241.9261	167.8293	139.1402	74.5584
NU	12.6324	11.0562	28.6891	51.9327

Tabel 21: Ronde 4

- Ronde 5 - tabel 22

Bepalen van de biedingen				
Specialisme	1	2	3	4
BO	57.2107	74.0968	69.5172	57.6338
Rangnummer	4	1	2	3
Trekken van $k = 3$				
T	8	8	8	4
U	241.9261	225.4630	196.7740	74.5584
NU	12.6324	27.5192	40.5725	51.9327

Tabel 22: Ronde 5

- Ronde 6 - tabel 23

Bepalen van de biedingen				
Specialisme	1	2	3	4
BO	57.2107	56.8565	53.3424	57.6338
Rangnummer	2	3	4	1
Trekken van $k = 2$				
T	8	8	8	8
U	241.9261	225.4630	196.7740	131.7691
NU	12.6324	27.5192	40.5725	47.1163

Tabel 23: Ronde 6

- Ronde 7 - tabel 24

Bepalen van de biedingen				
Specialisme	1	2	3	4
BO	57.2107	56.8565	53.3424	44.2239
Rangnummer	1	2	3	4
Trekken van $k = 4$				
T	8	12	12	8
U	241.9261	269.6870	240.9979	131.7691
NU	12.6324	40.1517	49.6909	47.1163

Tabel 24: Ronde 7

Deze laatste ronde heeft nog toelichting nodig. Het willekeurig getal valt op k = 4, volgens het veilingsmechanisme zouden daarom specialismen 1 tot en met 3 uren toegekend krijgen. Echter zijn er in totaal al 32 verdeeld, dus de resterende capaciteit ligt bij $40 - 32 = 8$. Er kunnen dus niet meer dan $8/4 = 2$ blokken worden uitgedeeld in plaats van 3. Dat betekent dat ons 'willekeurig' mechanisme voor de laatste ronde in werking treedt. Uit de drie specialismen die een blok toegekend zouden krijgen, worden er 2 met een uniforme verdeling getrokken, want er zijn nog 2 blokken te verdelen. De willekeurige trekking valt op specialisme 2 en 3, die dus allebei nog een blok toegekend krijgen.

Appendix B - Numerieke resultaten

In deze bijlage worden de numerieke resultaten weergegeven, waarnaar in sectie 9 gerefereerd wordt. Eerst wordt een totaal overzicht gegeven over de veilingsuitkomsten in het geval dat alle specialismen bieden, dit is te vinden in tabel 25. Daarna wordt per specialisme in tabel 27 weergegeven wat er gebeurt in het geval dat het betreffende specialisme niet eerlijk biedt.

Eerlijke biedingen

	specialismen		
	1	2	3
$\hat{NU}$	51,8058	0,4881	13,3258
S^2_{NU}	8,9665	0,3180	2,3415
rel. precisie	0,0093	0,1864	0,0185
BTI	[51,3227;52,2889]	[0,3971;0,5791]	[13,0789 ;13,5727]
$\hat{T/V}$	0,9068	0,8874	0,8894
$S^2_{T/V}$	0,0090	0,0067	0,0043
rel. precisie	0,0169	0,0149	0,0119
BTI	[0,8914 ;0,9221]	[0,8743;0,9006]	[0,8788 ;0,8999]
$\hat{U}$	662,3689	33,4251	345,0409
S^2_U	10,8725	0,3580	2,4613
rel. precisie	0,0008	0,0029	0,0007
BTI	[661,8369;662,9009]	[33,3286;33,5216]	[344,7878;345,2940]
	4	5	6
$\hat{NU}$	4,8979	13,5851	12,7002
S^2_{NU}	1,0284	3,8269	3,4464
rel. precisie	0,0334	0,0232	0,0236
BTI	[4,7343;5,0615]	[13,2694;13,9007]	[12,4007;12,9997]
$\hat{T/V}$	0,7577	0,9107	1
$S^2_{T/V}$	0,0050	0,0044	0
rel. precisie	0,0151	0,0118	0
BTI	[0,7463;0,7691]	[0,9000;0,9214]	–
$\hat{U}$	116,9658	463,5646	387,2998
S^2_U	1,0486	3,8967	3,4464
rel. precisie	0,0014	0,0007	0,0008
BTI	[116,8006 ;117,1310]	[463,2461;463,8830]	[387,0003 ;387,5993]
	7	8	9
$\hat{NU}$	12,5464	7,1857	11,8734
S^2_{NU}	3,3296	1,5977	3,6581
rel. precisie	0,0235	0,0284	0,0260
BTI	[12,2520;12,8408]	[6,9818;7,3897]	[11,5648 ;12,1820]
$\hat{T/V}$	1	1	0,8659
$S^2_{T/V}$	0	0	0,0041
rel. precisie	0	0	0,0119
BTI	–	–	[0,8556 ;0,8763]
$\hat{U}$	357,4536	172,8143	406,8780
S^2_U	3,3296	1,5977	3,6957
rel. precisie	0,0008	0,0012	0,0008
BTI	[357,1592;357,7480]	[172,6103;173,0182]	[406,5679;407,1882]

Tabel 25: Uitkomsten bij eerlijke biedingen

Specialisme 2 met 400 runs	
$\hat{NU}$	0,5298
S^2_{NU}	0,3179
rel. precisie	0,1048
BTI	[0,4743;0,5854]
$\hat{T/V}$	0,8881
$S^2_{T/V}$	0,0069
rel. precisie	0,0092
BTI	[0,8799;0,8963]
$\hat{U}$	33,3961
S^2_U	0,3491
rel. precisie	0,0017
BTI	[33,3379;33,4543]

Tabel 26: Verbeterd BTI voor Specialisme 2 eerlijk bieden

Uitkomsten oneerlijke biedingen per specialisme

specialismen			
	1	2	3
$\hat{NU}$	50,1166	-2,9088	-26,0913
S^2_{NU}	11,2959	0,3593	4,0204
rel. precisie	0,0108	0,0332	0,0124
BTI	[49,5744;50,6589]	[-3,0055;-2,8120]	[-26,4148;-25,7678]
$\hat{T/V}$	0,9054	1	1
$S^2_{T/V}$	0,0097	0	0
rel. precisie	0,0176	0	0
BTI	[0,8895;0,9213]	–	–
$\hat{U}$	663,5145	38,9088	406,0913
S^2_U	13,0681	0,3593	4,0204
rel. precisie	0,0009	0,0025	0,0008
BTI	[662,9312 ;664,0977]	[38,8120 ;39,0055]	[405,7678;406,4148]
	4	5	6
$\hat{NU}$	-7,8905	-30,6560	-26,6165
S^2_{NU}	1,4800	4,7226	3,9182
rel. precisie	0,0249	0,0114	0,0120
BTI	[-8,0868;-7,6942]	[-31,0066;-30,3054]	[-26,9358;-26,2971]
$\hat{T/V}$	0,9008	1	1
$S^2_{T/V}$	0,0052	0	0
rel. precisie	0,0129	0	0
BTI	[0,8892;0,9124]	–	–
$\hat{U}$	140,7647	530,6560	426,6165
S^2_U	1,5790	4,7226	3,9182
rel. precisie	0,0014	0,0007	0,0007
BTI	[140,5619;140,9674]	[530,3054;531,0066]	[426,2971;426,9358]
	7	8	9
$\hat{NU}$	-24,0061	-9,4124	-30,2043
S^2_{NU}	3,9013	1,7363	4,4633
rel. precisie	0,0133	0,0226	0,0113
BTI	[-24,3248;-23,6874]	[-9,6250;-9,1998]	[-30,5451;-29,8634]
$\hat{T/V}$	1	1	0,9982
$S^2_{T/V}$	0	0	0,0021
rel. precisie	0	0	0,0074
BTI	–	–	[0,9908;1,0056]
$\hat{U}$	394,0061	189,4124	479,7988
S^2_U	3,9013	1,7363	4,5611
rel. precisie	0,0008	0,0011	0,0007
BTI	[393,6874;394,3248]	[189,1998;189,6250]	[479,4543;480,1434]

Tabel 27: Uitkomsten bij oneerlijke biedingen

Appendix C - Gevoeligheidsanalyse

Hieronder staan de uitkomsten van de gevoeligheidsanalyse vermeldt, allereerst een overzicht over de uitkomsten van de uitgangssituatie (tabel 17), zie tabel 28:

	specialismen			
	1	2	3	4
$\hat{NU}$	44,3305	76,4165	89,4931	62,3249
S^2_{NU}	24,0729	27,1075	25,5493	2,4663
BTI	[43,3571;45,3039]	[75,3836;77,4495]	[88,4903;90,4959]	[62,0134;62,6365]
rel. precisie	0,0220	0,0135	0,0112	0,0050
$\hat{T/V}$	0,6008	0,7365	0,8667	0,7250
$S^2_{T/V}$	0,0139	0,0231	0,0000	0,0443
BTI	[0,5774;0,6242]	[0,7063;0,7667]	[0,8667;0,8667]	[0,6832;0,7668]
rel. precisie	0,0389	0,0410	0,0000	0,0576
$\hat{U}$	653,2250	610,0609	515,6240	278,1158
S^2_U	25,9258	29,5657	25,5493	10,4838
BTI	[652,2148;654,2352]	[608,9821;611,1396]	[514,6211;516,6268]	[277,4734;278,7582]
rel. precisie	0,0015	0,0018	0,0019	0,0023

Tabel 28: Uitkomsten uitgangssituatie

Nu wordt de capaciteit met 10% van 200 naar 220 verhoogd. De uitkomsten staan vermeld in tabel 29.

	specialismen			
	1	2	3	4
$\hat{NU}$	41,9928	78,4947	94,6850	61,9108
S^2_{NU}	22,5302	32,5269	27,1173	2,4186
BTI	[41,0511;42,9345]	[77,3632;79,6262]	[93,6519;95,7182]	[61,6022;62,2193]
rel. precisie	0,0224	0,0144	0,0109	0,0050
$\hat{T/V}$	0,6708	0,8	0,9487	0,8000
$S^2_{T/V}$	0,0155	0,0141	0,0279	0,0000
BTI	[0,6461;0,6955]	[0,7764;0,8236]	[0,9155;0,9818]	[0,8000;0,8000]
rel. precisie	0,0369	0,0295	0,0349	0,0000
$\hat{U}$	695,0696	637,0191	538,3439	295,8601
S^2_U	23,5771	34,0719	29,3791	2,4186
BTI	[694,1063;696,0330]	[635,8610;638,1772]	[537,2685;539,4193]	[295,5515;296,1686]
rel. precisie	0,0014	0,0018	0,0020	0,0010

Tabel 29: Uitkomsten verhoogde capaciteit

Vervolgens wordt de blokgrootte verdubbeld, tabel 30.

specialismen				
	1	2	3	4
$\hat{NU}$	51,9532	92,0905	120,3944	85,1357
S^2_{NU}	34,0487	36,9836	34,4537	3,1171
BTI	[50,7955;53,1109]	[90,8840;93,2970]	[119,2299;121,5590]	[84,7854;85,4860]
rel. precisie	0,0223	0,0131	0,0097	0,0041
$\hat{T/V}$	0,5776	0,7070	0,8987	0,7940
$S^2_{T/V}$	0,0296	0,0240	0,0517	0,0396
BTI	[0,5435;0,6117]	[0,6763;0,7377]	[0,8535;0,9438]	[0,7545;0,8335]
rel. precisie	0,0591	0,0435	0,0502	0,0497
$\hat{U}$	631,7755	580,4725	495,4539	271,1972
S^2_U	39,4443	38,5512	42,4646	9,2219
BTI	[630,5295;633,0215]	[579,2406;581,7043]	[494,1610;496,7468]	[270,5947;271,7997]
rel. precisie	0,0020	0,0021	0,0026	0,0022

Tabel 30: Uitkomsten dubbele blokgrootte

Nadat deze algemene parameters beschouwd zijn wordt er nu gekeken naar het veranderen van de parameters die de specialimses vastleggen. Van elk specialisme wordt daartoe de vraag met 10% verhoogd, zie tabel 31, 32, 33 en 34.

specialismen				
	1	2	3	4
$\hat{NU}$	54,1125	50,3089	93,7154	63,9270
S^2_{NU}	25,6996	22,5404	25,5134	2,5194
BTI	[53,1067;55,1183]	[49,3670;51,2508]	[92,7132;94,7175]	[63,6121;64,2419]
rel. precisie	0,0186	0,0187	0,0107	0,0049
$\hat{T/V}$	0,5076	0,7545	0,8827	0,7710
$S^2_{T/V}$	0,0051	0,0164	0,0279	0,0471
BTI	[0,4934;0,5219]	[0,7291;0,7799]	[0,8495;0,9158]	[0,7279;0,8141]
rel. precisie	0,0280	0,0337	0,0375	0,0559
$\hat{U}$	587,1086	644,5563	516,8839	287,1429
S^2_U	26,0532	24,5326	28,6569	11,1430
BTI	[586,0960;588,1213]	[643,5737;645,5390]	[515,8219;517,9460]	[286,4806;287,8052]
rel. precisie	0,0017	0,0015	0,0021	0,0023

Tabel 31: Uitkomsten vraag specialisme 1 verhoogd met 10%

specialismen				
	1	2	3	4
$\hat{NU}$	55,7370	52,2647	92,8777	64,2645
S^2_{NU}	23,3146	29,6975	24,4132	2,4329
BTI	[54,7790;56,6950]	[51,1835;53,3459]	[91,8974;93,8580]	[63,95507456;64,57399711]
rel. precisie	0,0172	0,0207	0,0106	0,0048
$\hat{T/V}$	0,6124	0,6341	0,8720	0,7660
$S^2_{T/V}$	0,0194	0,012456705	0,020203051	0,049031435
BTI	[0,5848;0,6400]	[0,6119;0,6562]	[0,8438;0,9002]	[0,7221;0,8099]
rel. precisie	0,0451	0,0349	0,0323	0,0574
$\hat{U}$	648,4875	584,7538	514,0668	285,6500
S^2_U	25,0536	31,3343	26,7189	10,9435
BTI	[647,4944;649,4806]	[583,6433;585,8644]	[513,0412;515,0923]	[284,9937;286,3063]
rel. precisie	0,0015	0,0019	0,0020	0,0023

Tabel 32: Uitkomsten vraag specialisme 2 verhoogd met 10%

	specialismen			
	1	2	3	4
$\hat{NU}$	51,4082	88,2985	76,8056	61,7996
S^2_{NU}	24,0444	28,7816	26,3692	3,3430
BTI	[50,4354;52,3811]	[87,2341;89,3628]	[75,7868;77,8245]	[61,4369;62,1624]
rel. precisie	0,0189	0,0121	0,0133	0,0059
$\hat{T/V}$	0,6132	0,7455	0,7273	0,7760
$S^2_{T/V}$	0,0191	0,0152	0,0000	0,0431
BTI	[0,5858;0,6406]	[0,7211;0,7699]	[0,7273;0,7273]	[0,7348;0,8172]
rel. precisie	0,0448	0,0328	0,0000	0,0531
$\hat{U}$	653,2735	602,3767	477,5162	290,4256
S^2_U	25,8042	27,9225	26,3692	11,0340
BTI	[652,2657;654,2814]	[601,3283;603,4251]	[476,4974;478,5350]	[289,7665;291,0846]
rel. precisie	0,0015	0,0017	0,0021	0,0023

Tabel 33: Uitkomsten vraag specialisme 3 verhoogd met 10%

	specialismen			
	1	2	3	4
$\hat{NU}$	46,4912	82,8806	99,9184	54,0078
S^2_{NU}	26,6738	36,7379	24,2897	2,8829
BTI	[45,4666;47,5159]	[81,6780;84,0831]	[98,9406;100,8962]	[53,67093454;54,34466048]
rel. precisie	0,0220	0,0145	0,0098	0,0062
$\hat{T/V}$	0,6024	0,7360	0,8813	0,6364
$S^2_{T/V}$	0,0149	0,0236	0,0295	0,0000
BTI	[0,5782;0,6266]	[0,7055;0,7665]	[0,8472;0,9154]	[0,6364;0,6364]
rel. precisie	0,0402	0,0414	0,0387	0,0000
$\hat{U}$	651,9710	603,3619	510,2241	265,0818
S^2_U	29,7629	35,4293	27,3311	2,8829
BTI	[650,8886;653,0534]	[602,1810;604,5428]	[509,1869;511,2613]	[264,7450;265,4187]
rel. precisie	0,0017	0,0020	0,0020	0,0013

Tabel 34: Uitkomsten vraag specialisme 4 verhoogd met 10%

Van elk specialisme wordt vervolgens de persoonlijke waarde met 10% verhoogd, zie tabel 35, 36, 37 en 38.

	specialismen			
	1	2	3	4
$\hat{NU}$	83,3923	71,6996	87,1756	60,2297
S^2_{NU}	23,8754	31,3827	25,4813	5,3172
BTI	[82,4231;84,3619]	[70,5881;72,8110]	[86,1741;88,1771]	[59,7722;60,6872]
rel. precisie	0,0116	0,0155	0,0115	0,0076
$\hat{T/V}$	0,678	0,6865	0,8213	0,7000
$S^2_{T/V}$	0,0188	0,0222	0,0314	0,0000
BTI	[0,6508;0,7052]	[0,6570;0,7160]	[0,7862;0,8565]	[0,7000;0,7000]
rel. precisie	0,0401	0,0430	0,0428	0,0000
$\hat{U}$	731,7212	591,0547	501,7987	274,4343
S^2_U	25,9136	31,3183	28,1511	5,3172
BTI	[730,7113;732,7312]	[589,9444;592,1650]	[500,7460 ;502,8513]	[273,9768 ;274,8918]
rel. precisie	0,0014	0,0019	0,0021	0,0017

Tabel 35: Uitkomsten persoonlijke waarde specialisme 1 verhoogd met 10%

	specialismen			
	1	2	3	4
$\hat{NU}$	70,0983	77,2139	86,8078	57,6409
S^2_{NU}	29,4827	25,1824	23,5734	4,7154
BTI	[69,0210;71,1755]	[76,2183;78,2095]	[85,8446;87,7711]	[57,2100;58,0717]
rel. precisie	0,0154	0,0129	0,0111	0,0075
$\hat{T/V}$	0,5616	0,8320	0,8213	0,7000
$S^2_{T/V}$	0,0110	0,0247	0,0314	1,1215E-16
BTI	[0,5408;0,5824]	[0,8008;0,8632]	[0,7862;0,8565]	[0,7000;0,7000]
rel. precisie	0,0370	0,0375	0,0428	3,00153E-09
$\hat{U}$	604,3370	725,3854	502,1664	277,0232
S^2_U	31,1098	28,5500	26,5820	4,7154
BTI	[603,2304;605,4436]	[724,3253;726,4455]	[501,1435;503,1893]	[276,5923;277,4540]
rel. precisie	0,0019	0,0015	0,0020	0,0016

Tabel 36: Uitkomsten persoonlijke waarde specialisme 2 verhoogd met 10%

	specialismen			
	1	2	3	4
$\hat{NU}$	60,7811	116,3334	47,4032	58,4903
S^2_{NU}	32,4512	24,3323	23,8426	1,3960
BTI	[59,6509;61,9113]	[115,3547;117,3120]	[46,4345;48,3720]	[58,2559;58,7248]
rel. precisie	0,0186	0,0084	0,0204	0,0040
$\hat{T/V}$	0,5712	0,6975	0,9847	0,7000
$S^2_{T/V}$	0,0188	0,0170	0,0288	1,1215E-16
BTI	[0,5440;0,5984]	[0,6716;0,7234]	[0,9510;1,0183]	[0,7000;0,7000]
rel. precisie	0,0477	0,0371	0,0342	3,0015E-09
$\hat{U}$	619,3361	551,7687	662,0206	276,1737
S^2_U	35,0522	23,3424	23,7424	1,3960
BTI	[618,1615;620,5107]	[550,8102;552,7273]	[661,0538;662,9873]	[275,9393;276,4081]
rel. precisie	0,0019	0,0018	0,0015	0,0008

Tabel 37: Uitkomsten persoonlijke waarde specialisme 3 verhoogd met 10%

	specialismen			
	1	2	3	4
$\hat{NU}$	38,1811	70,0872	85,8185	73,5193
S^2_{NU}	18,0198	28,2998	31,9366	2,5390
BTI	[37,3389;39,0233]	[69,0317;71,1426]	[84,6973;86,9397]	[73,2031;73,8354]
rel. precisie	0,0221	0,0151	0,0131	0,0043
$\hat{T/V}$	0,5692	0,7010	0,8533	0,8950
$S^2_{T/V}$	0,0185	0,0071	0,0279	0,0303
BTI	[0,5422;0,5962]	[0,6843;0,7177]	[0,8202;0,8865]	[0,8605;0,9295]
rel. precisie	0,0474	0,0238	0,0389	0,0386
$\hat{U}$	640,7541	599,7107	514,5507	342,7078
S^2_U	20,9205	28,9950	34,7016	7,6636
BTI	[639,8467;641,6616]	[598,6424;600,7790]	[513,3820;515,7195]	[342,1585;343,2570]
rel. precisie	0,0014	0,0018	0,0023	0,0016

Tabel 38: Uitkomsten persoonlijke waarde specialisme 4 verhoogd met 10%

Appendix D - Simulatie programma in *Matlab*

```
%Programma ter simulatie van een veiling

%Parameters
N=4;                        %aantal specialismen
C=200;                      %totale capaciteit
B=20;                       %grootte van een blok
V=[100,80,60,40];           %totale vraagvector
PV=[900,800,650,400];       %totale persoonlijkewaarde vector


%Variabelen/Initialisatie
T=[zeros(1,N)];               %totaal toegekende uren
U=[zeros(1,N)];               %totaal uitgegeven geld
BO=[zeros(1,N)];              %biedingsvector
BU=[1000,1000,1000,1000];     %Budgetvector
NU=[zeros(1,N)];              %Nutvector

w=1;      %Weegfactor

for i=1:N
a(i)=(PV(i))./sqrt(V(i)); %factor voor het schalen van de bodsfunctie
end


%Bepalen van het bod

while C>0

M=N;      %in het begin is iedereen onvoldaan, dus iedereen biedt mee
for i=1:N
%bij voldaane vraag bied je niet meer mee
%het aantal bieders wordt kleiner
    if V(i)<=T(i)
        BO(i)=0;
        M=M-1;
    else                      %bodfunctie bepaald je bod.
        BO(i)=a(i).*(sqrt(T(i)+B)-sqrt(T(i)));
    end
 for i=4                      %oneerlijk bieden
    if V(i)<=T(i)
       BO(i)=0;
    else
      BO(i)=((PV(i))./(sqrt(V(i))).*(sqrt(T(i)+B)-sqrt(T(i))))*1.1;
    end
 end
```

```
%als je bod groter zou zijn dan je resterend
%budget bied je het resterend budget
    if BU(i)>=BO(i);
       BO(i)=BO(i);
   else
       BO(i)=BU(i);
   end
end
BO

if M==1;     % nog 1 bieder over
    for i=1:N
        if V(i)>T(i)
        NU(i)=NU(i)+(1-w)*a(i)*(sqrt(T(i)+C)-sqrt(T(i)));
        T(i)=T(i)+C;
        U(i)=U(i)+a(i)*(sqrt(T(i)+C)-sqrt(T(i)));
        C=0
        end
    end
else

%om te voorkomen dat k<=2 gebeurt
%(in het geval van 2 specialismen wordt
%nu een second price auction gedaan)
%random getal tussen 2 en M trekken (nth price auction)

t=max(1,M-1);
k=random('unid',t,1)+1

RBO=sort(BO,'descend');
 r=[zeros(1,N)];                    %Rangnummers van de biedingen
    for i=1:N
        for j=1:N
            if BO(i)==RBO(j);
               r(i)=j;
            else
            end
        end
    end
RBO

%voorkomen dat iemand 0 betaald
%in het geval, dat het random getal op een 0-bod valt,
%moet de winnaar zijn eigen waarde betalen ipv gratis uren te krijgen.
if RBO(k)==0
   RBO(k)=RBO(k-1);
else
    RBO(k)=RBO(k);
end
```

```
RBO;

%in de volgende regels worden de rangnummers
%van gelijke biedingen random
%verdeelt zodat er geen rangnummer hetzelfde is.
P=0;
    l=k;
    while l<N && RBO(l)==RBO(l+1)
        l=l+1;
    end
    for i=1:k-1
    if RBO(k-i)==RBO(k);
        P=P+1;
    else
    end
end

   R=RANDPERM(l-k+P+1)-1;

   list=[];
   for i=1:N
       if BO(i)==RBO(k)
           list=[list i];
       end
   end
   r(list)=r(list)-R;

%uitkeren en updaten van de gegevens

if C>=B*(k-1)                %checken genoeg capaciteit

  for   i=1:N
         if r(i)<k
            NU(i)=NU(i)+a(i)*(sqrt(T(i)+B)-sqrt(T(i)))-w*RBO(k);
            T(i)=T(i)+B;
            U(i)=U(i)+RBO(k);
            BU(i)=BU(i)-RBO(k);


         else
            T(i)=T(i);
            U(i)=U(i);
            BU(i)=BU(i);
            NU(i)=NU(i);
         end

  end
   T
   NU
   U
```

```
        C=C-B*(k-1);        %capaciteit neemt af

else



%volgende regels trekken C/B random getallen tussen de 1 en de k-1,
%dat zijn de winnende specialismen die geluk hebben
p=C/B               %zoveel blokken zijn er nog
q=k-1
perm=randperm(q)    %random rangschikken van de k-1 winnaars
geluk=perm(1:p)     %uit deze rangschikking worden dan p getrokken,
                    %die krijgen dus iets
for i=(p+1):N
    geluk(i)=0;     %aanpassen vectordimensie op dimensie van r
end
   for  i=1:N
       for l=1:N %getrokkene specialisme krijgt de resterende capaciteit
        if r(i)==geluk(l)
           NU(i)=NU(i)+a(i)*(sqrt(T(i)+B)-sqrt(T(i)))-w*RBO(k);
           T(i)=T(i)+B;
           U(i)=U(i)+(RBO(k));
           BU(i)=BU(i)-(RBO(k));

        else
           T(i)=T(i);
           U(i)=U(i);
           BU(i)=BU(i);
           NU(i)=NU(i);
        end
       end
   end
         C=0;               % capaciteit is opgemaakt
end



end
end

%Resultaten
T
U
NU
```