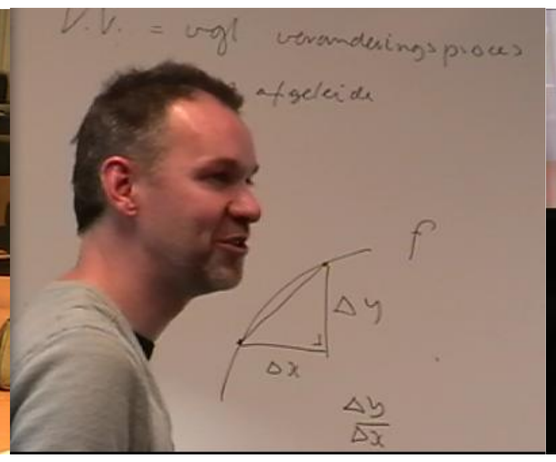
# Differentiaalvergelijkingen begrijpen

H.P.Hendrikse; J.M.Pieters; N.C.Verhoef; J.A.Zwarteveen-Roosenbrand



## Onderzoeksvraag

Welke zijn de kenmerken van een *didactiek* van het concept *differentiaalvergelijkingen* (DVn) aansluitend bij de leerprocessen van de leerlingen?

## Procedure

Het denken van vwo-6-leerlingen bij het opstellen van een DV in kaart brengen +
Literatuurstudie

↓

Voorstel didactiek

↓

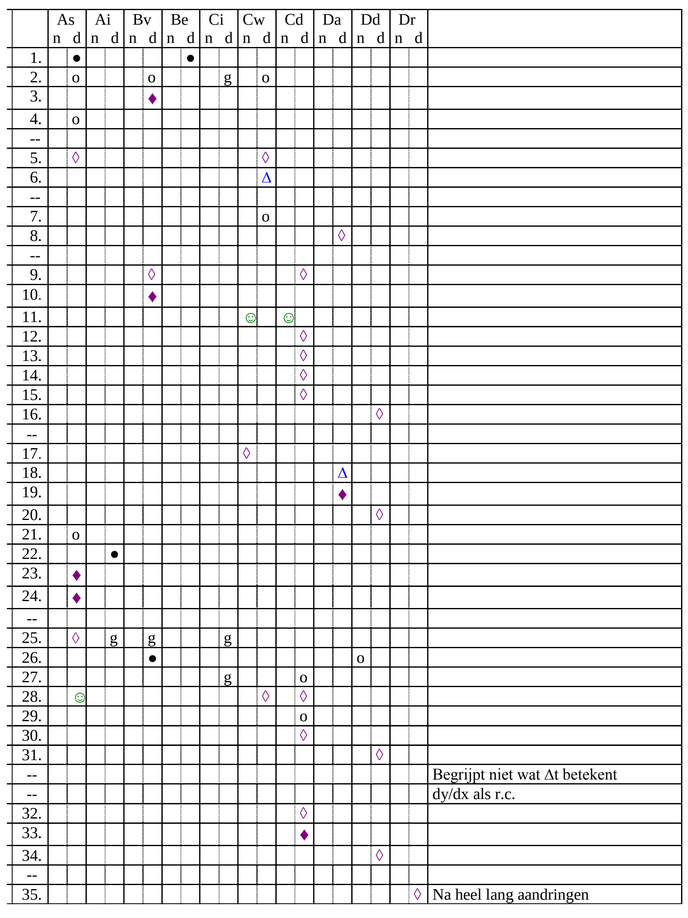
Uitvoering didactiek door drie docenten

↓

Analyse van de resultaten bij de leerlingen

↓

Bijstelling didactiek



| | As n | As d | Ai n | Ai d | Bv n | Bv d | Be n | Be d | Ci n | Ci d | Cw n | Cw d | Cd n | Cd d | Da n | Da d | Dd n | Dd d | Dr n | Dr d | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | | ● | | | | | | ● | | | | | | | | | | | | | |
| 2. | | o | | | | o | | | | g | | o | | | | | | | | | |
| 3. | | | | | | ♦ | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4. | | o | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| -- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5. | | ◊ | | | | | | | | | | ◊ | | | | | | | | | |
| 6. | | | | | | | | | | | | Δ | | | | | | | | | |
| -- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7. | | | | | | | | | | | | o | | | | | | | | | |
| 8. | | | | | | | | | | | | | | | | ◊ | | | | | |
| -- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9. | | | | | | ◊ | | | | | | | | ◊ | | | | | | | |
| 10. | | | | | | ♦ | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11. | | | | | | | | | | | ☺ | | ☺ | | | | | | | | |
| 12. | | | | | | | | | | | | | | ◊ | | | | | | | |
| 13. | | | | | | | | | | | | | | ◊ | | | | | | | |
| 14. | | | | | | | | | | | | | | ◊ | | | | | | | |
| 15. | | | | | | | | | | | | | | ◊ | | | | | | | |
| 16. | | | | | | | | | | | | | | | | | | ◊ | | | |
| -- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17. | | | | | | | | | | | ◊ | | | | | | | | | | |
| 18. | | | | | | | | | | | | | | | | Δ | | | | | |
| 19. | | | | | | | | | | | | | | | | ♦ | | | | | |
| 20. | | | | | | | | | | | | | | | | | | ◊ | | | |
| 21. | | o | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 22. | | | | ● | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 23. | | ♦ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 24. | | ♦ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| -- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 25. | | ◊ | | g | | g | | | | g | | | | | | | | | | | |
| 26. | | | | | | ● | | | | | | | | | | | o | | | | |
| 27. | | | | | | | | | | g | | | | o | | | | | | | |
| 28. | | ☺ | | | | | | | | | | ◊ | | ◊ | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | | | | | | | | o | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | | | | | | | | ◊ | | | | | | | |
| 31. | | | | | | | | | | | | | | | | | | ◊ | | | |
| -- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Begrijpt niet wat Δt betekent |
| -- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | dy/dx als r.c. |
| 32. | | | | | | | | | | | | | | ◊ | | | | | | | |
| 33. | | | | | | | | | | | | | | ♦ | | | | | | | |
| 34. | | | | | | | | | | | | | | | | | | ◊ | | | |
| -- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 35. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | ◊ | Na heel lang aandringen |

## Deelvragen

- Welke zijn de kenmerken van een onderzoeksinstrument dat het denken bij het opstellen van een DV beschrijft?
- Hoe is het wiskundig denken van leerlingen als zij een DV opstellen?
- Welke aanwijzingen kunnen worden opgesteld voor een didactiek?
- Hoe kunnen deze aanwijzingen bijdragen tot een beter begrip?

## Context

- Een doel van Wiskunde D is een adequate voorbereiding te zijn op universitaire technische vervolgstudies [1]
- DVn zijn onmisbaar in een universitaire technische vervolgstudie, maar studenten van universitaire technische opleidingen vinden het concept moeilijk [2]
- De huidige didactiek van het concept DV beantwoordt niet aan de doelstelling: geen aandacht voor het wiskundig modelleren van dynamische situaties [3]

## Theoretisch kader

- Optimale didactiek sluit aan bij het denken van leerlingen [4]
- Structureel en operationeel begrip van een wiskundig concept [5]
- Het duale karakter van wiskundige concepten, i.c. de afgeleide [6]
- Geen begrip van DVn als er geen aandacht wordt besteed aan het opstellen ervan [7]

## Resultaten en conclusies

- De meeste leerlingen hadden veel hints nodig
- Leerlingen blijven vaak steken in de beginsituatie
- De formele definitie van een DV uit het boek werkt belemmerend bij het begrijpen
- Aandacht voor dimensies is van positieve invloed op het opstellen van een DV
- Ondoelmatige procedurele handelingen om een bekende *vorm* van een DV te krijgen

[1] CTWO (2008). Conceptprogramma 2013 wiskunde D. http://www.fi.uu.nl/ctwo/publicaties/docs/2008-01-11Exprog/vwoD.doc
[2] Hulshof, J. (2007). Differentiaalvergelijkingen en schoolwiskunde. http://www.math.vu.nl./~jhulshof/echtebrrrwiskunde.pdf
[3] Zie de meest gebruikte lesmethodes.
[4] Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.
Tall, D. (1985). Understanding the calculus. *Mathematics Teaching*, *110*, 49-53.
[5] Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
[6] Gray, E.M., & Tall, D. O. (1994). Duality, ambiguity and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(2), 115-141.
[7] Chaachoua, H., & Saglan, A. (2006). Modelling by differential equations. *Teaching Mathematics and its Applications, 25*(1), 15 – 22.

UNIVERSITEIT TWENTE.